

JOSEP PLA I CARRERA  
DAMUNT LES ESPATLLES DELS GEGANTS  
Collecció FME



Josep Pla i Carrera  
DAMUNT LES ESPATLLES  
DELS GEGANTS

Premi de Literatura Científica 1998  
de la Fundació Catalana per a la Recerca

Revisat el pròleg de l'autor a la 2a. edició  
FACULTAT DE MATEMÀTIQUES I ESTADÍSTICA  
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

## SEGONA EDICIÓ

AQUESTA OBRA ÉS LA SEGONA EDICIÓ DE LA PUBLICADA ORIGINALMENT PER EDICIONS LA MAGRANA EL JUNY DE 1998. A MÉS D'UNA REVISIÓ DEL TEXT, FETA COMPARANT EL TEXT ORIGINAL AMB EL DE LA PRIMERA EDICIÓ, S'HA AFEGIT L'ADDENDA QUE FORMAVA PART DE L'OBRA PREMIADA PER LA FUNDACIÓ CATALANA PER A LA RECERCA I UNA SEGONA ADDENDA DE L'AUTOR, ESCRITA POSTERIORMENT, DESTINADA ALS ESTUDIANTS DE MATEMÀTIQUES. TAMBÉ S'HA INCLÒS UNA PRÒLEG DE L'AUTOR, ESCRIT A PROPÒSIT D'AQUESTA SEGONA EDICIÓ, I UNA BREU PRESENTACIÓ DE LA COLLECCIÓ FME QUE AQUESTA PUBLICACIÓ INAUGURA.

© 2007

FACULTAT DE MATEMÀTIQUES I ESTADÍSTICA  
Pau Gargallo, 5 — 08028 Barcelona

Fotocomposició, impressió i enquadernació:

BARCELONA DIGITAL  
c/ Rosselló, 77. 08029 Barcelona  
Tel. 93-3638610

ISBN: 84-7653-889-8

Dipòsit legal: B-44670-2007

*Printed in Spain*

Reservats tots els drets. Queda totalment prohibida la reproducció total o parcial d'aquest llibre per qualsevol procediment electrònic o mecànic, àdhuc fotocòpia, gravació magnètica o qualsevol sistema, sense el permís de la FACULTAT DE MATEMÀTIQUES I ESTADÍSTICA.

## Presentació de la COL·LECCIÓ FME

Amb aquesta edició de *Damunt les espatlles dels gegants* inaugurarem la COL·LECCIÓ FME. L'excel·lent presentació novel·lada de la biografia d'Évariste Galois, així com del temps històric en què li tocà viure i morir, i el destre ús de tècniques narratives per ajudar a explicar a un públic culte les idees fonamentals del «gegant», són al nostre parer motius suficients que justifiquen fer un esforç per tal que aquesta obra deixi d'estar «exhaurida» i pugui arribar als lectors completa, és a dir, incloent-hi l'addenda «per als matemàticament més curiosos».

Tal com explica l'autor en el pròleg a aquesta edició, s'inclou també una addenda «per als estudiants de matemàtiques més curiosos», escrita per l'autor després d'obtenir el Premi de Literatura Científica 1998 de la Fundació Catalana per a la Recerca, i que complementa d'una manera molt adient l'anterior.

L'edició ha estat revisada tenint en compte la primera edició i els textos originals de l'autor. Pel que fa a la «composició», no hem dubtat en fer-la amb L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, el sistema amb el que molts matemàtics escriuen els seus treballs i que coincideix amb l'usat per l'autor en la preparació de l'original. No és una tipografia massa estàndar en el camp editorial clàssic, però la trobem escaient a l'esperit del llibre i no dubtem que resultarà familiar a molts dels lectors.

Com en d'altres iniciatives de l'FME, ens donarem per satisfets si contribuïm a fer conèixer aquesta obra de Josep Pla i Carrera, i encara més si entre les lectores i els lectors poguéssim comptar-hi la joventut. En tot cas estem convençuts que en aquesta obra polifacètica tothom hi trobarà coses del seu interès, i potser fins i

tot inesperades. No és només de la vida i obra de Galois de què es parla, sinó també, i entre d'altres diverses coses, de la vida i circumstàncies de Valeri E. Gassiot, en part *alter ego* de l'autor, però sobretot exponent d'una generació de matemàtics que ha fet molta feina i que ha estat generalment callada.

SEBASTIÀ XAMBÓ

DEGÀ DE L'FME

Barcelona, 17 de setembre de 2007

## Pròleg de l'autor a la segona edició

Benvolgut lector!

Aquesta edició de la novel·la conté de dues addendes matemàtiques que tenen un origen i una motivació diferents, però la mateixa finalitat a dos nivells.

La primera és la conferència que el vell professor Valeri E. Gassiot adreça a la comunitat universitària en l'acte inaugural, tal com li ha proposat el rector.

De fet, és la síntesi de les reflexions que fa quan, en els quatre mesos de preparació de la conferència, repassa la seva vida personal i acadèmica. Però també i alhora la vida personal i acadèmica del protagonista del seu discurs inaugural, que és el gegant damunt el qual s'alça per poder-se adreçar, amb una mica de seriositat, a la comunitat universitària que l'escolta.

Anava inclosa a l'original que vaig presentar a la Fundació Catalana per a la Recerca, perquè, com ja he dit, el seu contingut justifica, unifica i aclareix tota la novel·la. I és el que va ser premiat amb el Premi de Novel·la Científica, l'any 1998.

Això no obstant, el director d'«Edicions de La Magrana» en el moment de l'edició de la novel·la —un compromís de les bases del premi de la Fundació— va considerar que no hi podia haver un capítol anomenat «Addenda per als matemàticament més curiosos». Contenia massa fórmules, era massa abstrús per al lector de la col·lecció on estava previst d'editar-la i, per tant, s'havia de suprimir.

Atès que, de fet, el compromís de l'edició era de la Fundació i aquesta s'hi avingué, jo també.

Ara, però, en aquesta edició, per voluntat explícita de l'amic Sebastià Xambó, degà de la Facultat de Matemàtiques i Estadística de la Universitat Politècnica de Catalunya, s'hi inclou l'addenda com correspon al fil argumental i decisor de la novel·la. Em plau molt gratament i li ho vull agrair de forma clara en aquest text explicatiu per dues raons, perquè edita l'obra tal com realment és, i perquè et permet, estimat lector, disposar-ne tal com va ser pensada i confegida.

La segona addenda que, en certa manera, és una extensió de la primera, la vaig escriure quan Joan Elias, degà de la Facultat de Matemàtiques de la Universitat de Barcelona en la qual jo exercia de professor, va decidir fer un acte de presentació de la novel·la a la facultat.

En ella, pretenia —encara que tu, lector, és qui tens la darrera paraula— fer-hi una aproximació històrica i heurística de les idees —expressades de forma molt més sucinta a l'altra addenda— que porten a entendre de forma intuïtiva, tot defugint els detalls formals, allò que subjau en la teoria del jove matemàtic de Bourg-la-Reine.

Està pensada, doncs, per a estudiants de matemàtiques —i potser de físiques, d'enginyeria i d'informàtica— que encara no l'hagin estudiada, d'una forma molt més rigorosa, a la facultat, o que no l'hagin mirat d'entendre pel seu compte.

També pretén proporcionar trets històrics que puguin ser aprofitats pels professors de matemàtiques de tots els nivells quan s'adrecen als estudiants i els apropen als problemes que hi ha en l'estudi de les equacions polinòmiques més usuals.



Són, doncs, la mateixa addenda i alhora dues addendes diferents. I, amb independència del nivell de curiositat i coneixements matemàtics que tinguis, estimat lector, gràcies a la seva inclusió podràs tenir una visió completa i tancada de l'argument de la novel·la, tal com la vaig pensar quan la vaig escriure, ara ja fa gairebé deu anys.

Amic Sebastià, gràcies!

JOSEP PLA I CARRERA

Barcelona, 15 de setembre de 2007

Un altre cop em sento molt agraït —i alhora obligat— amb la Facultat de Matemàtiques i Estadística de la UPC i amb el seu degà, en Jordi Quer, per haver decidit fer una reedició de la novel·la.

I molt més encara, si això és possible, per haver triat fer-la el curs acadèmic 2012-2012: l'«Any Galois», en què, seguint la tradició de dedicar cada curs acadèmic a un matemàtic rellevant, recorda i honora aquest jove gegant.

Amb aquesta distinció la Facultat em permet d'exercir l'obligació docent que vaig assumir, amb responsabilitat, quan la Facultat em va anomenar «Magíster cum laude».

I tot això, a més, m'ofereix l'ocasió de participar, amb tots els amics i amigues —col·legues, estudiants i personal d'administració i gestió de la  $f_{me}$ —, en la celebració del vintè aniversari de la seva creació.

Jordi, amics, gràcies!

JOSEP PLA I CARRERA

Barcelona, 30 de novembre de 2012



*A la Margarida,  
que va creure que el podia escriure,  
amb amor.*

*A tots els qui tenen la tasca d'ensenyar.*



Si he vist més lluny que no pas els altres, és perquè m'he enfilat damunt les espatlles dels gegants.

ISAAC NEWTON

En general, hom creu que les matemàtiques constitueixen una sèrie de deduccions. Tanmateix una teoria nova és més aviat la recerca de la veritat que no pas la seva expressió. I si fos deduïble regularment de les teories ja conegudes no seria pas nova.

ÉVARISTE GALOIS



# Capítol 1

## El final o, potser, el començament

Vanitat de vanitats, diu l'Eclesiastès, vanitat de vanitats. Tot és vanitat!

*Eclesiastès 1, 2*

Ja fa una bona estona que sent com una massa càlida, però aquosa, gairebé magnàtica, se li escola a l'alçada del melic. Ara ja sap que és massa tard. Quan fa que és, allà, estès a terra, tot sol? Els contrincants l'han abandonat i, molt pitjor encara, els acompanyants i els amics. Als uns, acomplert el seu objectiu d'abatre'l, no els queda res més a fer; els altres, prudents, no es volen veure involucrats en un afer com aquell, tan desagradable, castigat per la llei, que només els pot dur maldecaps i posar en perill els esdeveniments futurs.

La sensació de son l'ha anat amarant i ara li arriba als ulls. La vista li esdevé més tèrbola per moments. La visió del camp on jeu i dels arbres que envolten aquella

clariana, propera a l'estany de la Glacière, tot protegint-la de les mirades dels curiosos, s'ha anat entelant a poc a poc.

Una lleganya m'impedeix la visió nítida i clara. Sembla talment com si les paraules que he escrit amb tanta cura i il·lusió, i també amb un xic d'angoixa, s'hagin escorregut amb la suor que la meva mà ha deixat damunt els fulls de paper. Em recorden, record llunyà, quan, de menut, els deures que havia de presentar al mestre s'havien mullat amb una gota de pluja, esquitxat amb la llet de l'esmorzar o amb alguna llàgrima fugissera, produïda per algun disgust o per alguna «bufa». Jo prou que procurava ser polit en tot allò que feia referència a l'escola, però era molt difícil evitar algun accident d'aquesta mena. Em sembla escoltar, en el ressò del temps passat, aquella norma inflexible del col·legi de Sarrià:

—*Los deberes deben presentarse limpios y aseados, sin tachaduras ni raspaduras. Hay que escribirlos con pluma. ¡Nada de bolígrafos! El lápiz lo usarán sólo para hacer anotaciones y aclaraciones.*

Les mosques, potser eren libèl·lules, abelles o alguna altra mena d'insectes, se li apropen atretes per la flaire, el color i la calidesa del fluid que li surt del ventre. En pot sentir encara el bronziment, cada cop més feble, més llunyà. Cap altre soroll no li arriba a les orelles. Fent un esforç, cada cop més punyent, intenta d'escoltar alguna remor que li anunciï l'apropament d'una ànima caritativa, els *gendarmes*, o algun vilatà que passi per la clariana del bosc, tot de dret cap a casa o cap a un dels seus conreus, o els passos de l'Alfred, el germà. Li haurà arribat la missiva? Però, tret del volar somort



dels insectes, companys inseparables d'aquells darrers moments d'agonia, res! Tot és silenci. Tot és tranquil·litat i pau. Sap prou bé que se li està acostant la fi. Quin final més solitari i estúpid! Si almenys servís per al futur de França!

No ho puc pas llegir. No aconsegueixo d'enfocar les paraules que he escrit, amb tanta cura i il·lusió però també amb tanta angoixa, precisament per a aquest moment solemne. Només puc sentir el murmuri de les persones que es troben aplegades al Paranimf i que esperen la meva darrera lliçó. Semblen sorpresos de la meva incapacitat, de la meva indesició. Sóc conscient que s'ha acabat una etapa de la meva vida, l'etapa professional. Mai, però, no m'havia pensat que el final seria tan càlid, acompanyat de tants col·legues, coneguts i desconeguts, de tants deixebles, amics i familiars. De tantes i tantes persones que, d'una manera o d'una altra, m'aprecien i volen fer-ho palès amb la seva assistència i companyia. Quin final més humà, més emotiu!

Gairebé ja no pot pensar. Tot se li esvaeix. Vol recordar la raó que l'ha dut a aquella situació extrema. Quina de les seves passions l'ha conduït fins allí? Sempre ha estat massa apassionat! Quina de les seves rauxes? Ho recorda ben vagament. La raó que l'ha abatut ha estat absurda! Li sembla que ha passat fa molt de temps! Molts anys! Però no, no pot ser, no ha tingut temps de fer gaire coses. Només en té vint, d'anys. I ara té el convenciment que no en farà vint-i-un.

Ha oblidat completament el nom de l'adversari. Això l'impedeix de maleir-lo, de voler-li cap mal. Però tampoc no ho hauria fet! Ell mateix és l'únic responsable

d'aquella situació terminal absurda. Amb prou feines en recorda la raó. Ha estat per una qüestió política de la qual pot enorgullir-se? Quin és el motiu que l'ha dut a trobar-se en aquella clariana del bosc —li sembla fosca del tot, però no pot ser, encara és aviat— tombat a terra i deixant fugir, a contracor, la seva ànima, i les seves passions? Si, almenys, la sang que vessa fos llavor d'un futur millor!

En aquella ocasió estava treballant, com tantes altres vegades, gairebé automàticament, com un robot. Assegut al despatx de la Universitat, a la taula de sempre. Un despatx petit, però amb força claror. Orientat a l'Est —el mar darrera una munió d'edificis i carrers—, gaudeix del sol del matí. A la tarda la llum és més indirecta. Quantes vegades m'ha calgut recórrer a la cortina de gradulux, ara un xic groguenca, per evitar que el sol barceloní es reflectís en el paper blanc on escrivia. No m'he acostumat a treballar directament en l'ordinador, i ja no m'hi acostumaré.

No puc recordar el que feia. Potser preparava una d'aquelles lliçons del doctorat que sempre m'havien causat un xic d'estrès. El telèfon va sonar, com sempre, sobtadament. És una andròmina que, tan útil com és, sempre m'ha molestat. Trenca el fil del pensament, i la majoria de vegades per una bajanada de no res.

—Doctor Gassiot? —La veu de l'altre costat era càlida, amable—. Li truco del rectorat. El Senyor Rector el rebrà aquest matí a les dotze, si a vostè li va bé.

Sempre igual. Burocràcia i més burocràcia! Ja no podria acabar de preparar-me amb calma la lliçó de la tarda. M'havia d'haver quedat a casa.

Sense esperar a sentir el clic a l'altra banda, vaig penjar el telèfon i em vaig tornar a dedicar a la lliçó. Tants anys de docència i encara no havia après a improvisar la classe. Necessitava tornar-la a escriure, emfasitzant allò que em semblava més important, i que cada any canviava, anotant al marge o al peu de pàgina el que em semblava secundari.

Però ja no em podia concentrar del tot. Una ombra m'ho impedia. Potser aconseguiria que m'abandonés. De fet, només calia esperar dues hores i tot s'hauria aclarit. No podia deixar de pensar-hi. En algun indret del cervell em molestava el fet que el rector em volgués proposar algun afer burocràtic, alguna feina de tipus administratiu. Mai no havia estat gaire hàbil per a les qüestions polítiques. Mai no havia aconseguit evitar que es translluís el que realment pensava.

—El rector podia haver pensat en algú més jove —em vaig dir—. Tu ja ets massa gran i fa massa temps que t'arrossegues per aquests passadissos de la facultat.

Tot seguit vaig arraconar la veu llunyana i vaig prendre consciència del fet. M'estimava la facultat. Per a mi era un lloc entranyable. Els anys m'havien proporcionat una visió desapassionada, més panoràmica i més global, que la que tenia de jove, de la vida universitària. Si el rector creia que encara podia ser útil en algun afer...

—Però tu ja et jubiles —em va xiuxiuejar la veu interior—. Ja no és el moment de fer-te partícip de les preocupacions universitàries. La vida universitària és el futur... i continuarà. Tu, en canvi, ets el passat... Ja no hi tens lloc ni cabuda...

Sumit gairebé del tot en aquell són suau i tranquil que t'atansa lentament al no-res, es diu:

—No em vull morir sense recordar el motiu del duel.

Una llum lleu se li encén en algun racó i illumina una escena de la seva vida. Sembla talment com si estigués contemplant en un escenari una obra que en part ja ha vist abans i en part li és estranya, però en la qual ell és present. Si ho hagués pogut i sabut descriure —ni en té l'habilitat ni li queda temps per intentar-ho— s'hauria avançat a la seva època com a escriptor teatral, complex i autoreferent.

El rector no em va fer esperar. Tampoc no fou gaire extens en la proposta. M'havia rebut amb aquella afabilitat que el caracteritzava i que apreciaven fins i tots els qui no li havien donat suport durant les eleccions.

Acabada l'entrevista, un cop tancada la porta, em va sobtar una suor freda. No havia gosat negar-m'hi. De fet, «vanitat, de vanitats», ni tan sols m'havia passat pel cap.

—T'he fet venir —m'havia dit, un cop trencada aquella fina capa de gel que sempre et separa de l'autoritat, encara que hàgiu estat companys en temps difícils i amics—, per demanar-te un favor molt personal.

»Com saps molt bé, malgrat que la raó de ser de la universitat és la formació de professionals, i per tant la docència, vivim en una època en què la recerca és l'objectiu primer, per no dir l'únic, el valor més preuat i la distinció més gran de la tasca universitària. Tu, però, t'has dedicat a la millora de la docència, has participat en l'elaboració de diversos plans d'estudis, has començat disciplines noves.

»Per això he pensat que, coincidint amb la teva jubilació i amb l'any internacional de les matemàtiques, la primera lliçó del curs vinent fos alhora la teva darrera lliçó. Estic convençut que podries fer-nos unes reflexions sobre què és la matemàtica, no com a ciència especialitzada, sinó com a disciplina humana que s'ha transmès des de l'antiguitat i que cal seguir transmetent, tot explicant-nos què té en el seu interior que fa que uns quants s'hi apassionin, mentre que, a d'altres, els provoca una frustració molt gran...

No recordo res més. Em vaig quedar en blanc. No gosava negar-m'hi i alhora no volia negar-m'hi. Què podia dir? Com articular un discurs, una lliçó final, que glosés l'experiència docent del fet matemàtic? Calia que fos una lliçó iniciàtica per a tots els qui començaven la llicenciatura de matemàtiques, però alhora prou distreta per a la resta d'assistents. Com gairebé sempre que em proposaven una xerrada vaig sentir una punxada interior d'angoixa. Hauria hagut de donar-li les gràcies, i tot seguit excusar-me. Però la vanitat... Ah, la vanitat!

Mentre m'allunyava del rectorat, sentia una veu interior, somorta, que anava repetint: «Només tens tres mesos, només tens tres mesos...». Caldria començar a pensar-hi de seguida!

Recorda l'esquena, xopa de suor, en contacte amb l'esquena rígida i seca del contrincant. Realment no el pot considerar un enemic. Només ell mateix és el seu enemic.

Els han donat les especificacions de rigor. Els han recordat les normes que regeixen els duels. Tot és clar. Tot és a punt.

Una veu greu, serena, ha dit:

—Preparats!

L'esquena de l'adversari s'ha tensat com un arc a punt de disparar el dard definitiu. A ell, en canvi, la suor ha començat a amaranar-li la cara i, de forma perillosa, les gotes que llisquen des del front cap avall s'apropen als ulls. Sent una passió de son molt forta.

—Un, dos, tres, quatre, cinc, sis, set, vuit, nou, deu, onze, dotze, tretze, catorze, quinze, setze, disset, divuit, dinou, vint, vint-i-un, vint-i-dos, vint-i-tres, vint-i-quatre, vint-i-cinc.

Han convingut que el duel, amb pistoles, es farà a vint-i-cinc passos. Li tremola el cor; li tremola l'ànima. Tanmateix no té por. Sent com l'envaeix la pròpia estupidesa. Això i la son el fan encara una mica més inexpert, més impotent.

—Gireu-vos!

Ha pogut veure la llum decidida i definitiva que lluu a la mirada del contrincant —no en pot recordar el nom. La veu com si la tingués al davant mateix dels ulls, com tens la pròpia cara quan et mires al mirall.

—Aixequeu el percutor!

Les gotes de suor li han desfigurat la visió, però d'una forma absolutament diferent de la que sent ara. Ara, estès a terra, és talment com si li haguessin col·locat un vel fi, un tul lleuger, damunt els ulls. Si més no, això és el que li sembla. Abans, en canvi, durant els instants del duel, la situació ha estat ben diferent: era la sensació que produeix la suor, el plor, la pluja salada, quan t'amaren els ulls.

—Foc!

Només ha sentit un espetec, com si els dos trets s'haguessin produït alhora, simultàniament.

Ens van cridant per ordre alfabètic. La veu càlida de la secretària general ressona amb claredat al Paranimf. L'espectacle del Paranimf aconsegueix sempre de distreure'm dels actes que hi tenen lloc. L'atenció se me'n va cap als noms dels personatges il·lustres que voregen el sostre, dessota dels retrats. Hi ha filòsofs, teòlegs, homes de lletres, artistes, científics, místics. Hi són presents tots els gegants del passat. La imaginació es detura en un d'ells i, quan el conec, intenta de refer la seva vida, o de situar la importància de la seva obra en el context global del progrés de l'home. En d'altres casos, em plantejo la necessitat de conèixer millor el personatge.

Els qui són anomenats s'atansen a la taula presidencial i el Senyor Rector, greu, els imposa la medalla de plata de la Universitat. És, ben cert, la medalla del comiat. La seva feina, la seva vida a la Universitat s'ha complert, amb millor o pitjor fortuna, amb una dedicació més gran o amb una de menor, amb molta il·lusió o sense. Ara, en aquest moment solemne, ja no importa gaire, ja no és possible de refer la vida.

Quan he sentit el meu nom no l'he reconegut. No pot ser que em cridin a mi. L'acte em sembla massa solemne, el lloc massa impressionant. No obstant això, com un autòmata, m'he atansat a la taula de la presidència i he rebut la *meva* medalla. Totes són iguals, però a mi em sembla que la que penja del meu coll és més lluent, més bonica, més acurada en els detalls que no pas les altres.

He intentat de mentalitzar-me per a aquest moment, però la imposició de la medalla i els aplaudiments que l'acompanyen, han suposat un impacte emocional molt intens. Gairebé m'ha semblat, per la seva intensitat, un impacte físic.

Ha sentit l'impacte de la bala, tan diminuta com és, un xic més avall del melic. Un cop sec, sense dolor, que l'ha fet doblegar-se cap endavant en un impuls involuntari, un reflex condicionat, i l'ha obligat a caure a terra. Potser pensa que viu una situació imaginària, irreal, com si estigués somiant.

No li sembla pas que el tret hagi de ser definitiu. Ara l'ajudaran a aixecar-se i l'acompanyaran a casa o, si ho creuen necessari, a l'hospital... Però, no s'ha pas d'enganyar. Des del mateix moment en què va planejar el repte sap, sense cap mena de dubte, que està sentenciat a mort. Algú l'ha sentenciat!

No l'importa gaire. Ha dedicat tota la nit —la nit més plena de totes les de la seva curta existència— a redactar el *seu* testament. Vol deixar tot allò que realment és a la posterioritat. Perquè, malgrat tot i tothom, malgrat el que pensaven els seus mestres, els membres il·lustres de l'Académie, els doctes examinadors de l'École Polytechnique, els seus conciutadans, les autoritats civils, els jutges, els camarades de la revolta, ell és un matemàtic. És l'única cosa que realment és i que relament vol ser. És conscient que ell és un gegant.

La seva realitat —no la vida física, miratge fugisser que ara mateix s'apaga, sinó la intel·lectual— no s'ha de veure involucrada en aquest duel. No pot desaparèixer estúpidament dessota l'experta mà del tirador contrincant.



Cal que perduri. Quan ja ningú no recordi la causa de la disputa, ni el nom del seu botxí, ni el lloc del duel; quan els homes i les dones que l'han conegut, tant si l'han apreciat com si l'han menyspreat, hagin passat a l'oblit més complet, a la mort més definitiva; quan a França s'hagi tornat a imposar la raó, s'hagi restituit la República —la *res publica*— i les llibertats individuals; quan ningú no s'hagi de suïcidar empès per les males llengües, per les maldiences, pel blasme dels seus conciutadans; quan tothom pugui defensar les idees sense que ningú se'n senti ofès; quan el geni sigui reconegut i acceptat com un valor humà per damunt les estructures burocratitzades i els interessos preestablerts; quan el món sigui com ell l'havia somniat i volgut quan era jove —i tan jove com és encara!—, el seu testament viurà, serà estudiat, constituirà la base d'una nova manera d'entendre la matemàtica. En definitiva, el seu testament farà que ell, l'occit, sigui immortal.

Un cop finalitzada l'entrega de les medalles a tots els membres, el rector ha glossat el significat acadèmic de l'acte. Com a universitari ha recordat que, com l'inici mateix del curs, l'acte es repeteix any rere any. Alhora que acomiada aquells que han acomplert ja la seva tasca, rep la saba nova d'una generació que es formarà amb tots el qui, amb més o menys esperit continuista o renovador, prenen l'alternativa dels qui marxen. L'esperit universitari es manté en el flux de la vida universitària que l'acte solemne recull simbòlicament. Un flux que ve de lluny, de segles enrere, i que porta en les seves aigües tota la història dels llocs, els temps, els homes pels quals ha fluït. Un flux que uneix l'avui amb l'ahir, amb l'abans-d'ahir, amb el passat. Aquesta és —qui pot negar-ho!— una de les tasques més dignificadora de la

vida universitària: mantenir vives les idees, les aportacions, el record de tots els qui han deixat una petjada pregonera o lleu, personal o col·lectiva, en la història de la humanitat, transmetre els coneixements del passat i la seva íntima vinculació amb els coneixements d'ara mateix i de demà, aprendre a respectar els clàssics i alhora assimilar els ensenyaments dels innovadors.

Com a polític, ha repetit moltes de les idees que ja havia manifestat en la campanya electoral, aleshores amb un contingut polític molt més agressiu: la necessitat d'una millora de la docència, aixecant-ne el nivell i dotant-la d'un reconeixement social i polític anàleg al que té la recerca. La síntesi de l'exposició era ben simple: calia que el segle XXI fos el segle del renaixement de la transmissió del saber.

—És per tot això —ha finalitzat dient— que l'equip rectoral que m'honoro de presidir, ha decidit encomanar al doctor Valeri E. Gassiot la lliçó magistral d'enguany, perquè creu que, en ell, la Universitat acomiada avui un Professor, amb P majúscula. Ningú, com ell, no pot fer una reflexió del paper de la docència en la transmissió del saber. Tenim la certesa que el fet que el doctor Gassiot es dediqui a una disciplina tan allunyada de la docència com són les matemàtiques —això és el que pensa més d'un— pot aportar una visió molt enriquidora de la qüestió.

—Dono, doncs, la paraula a l'amic Valeri.

Tot està dit. Tot està escrit. Tot s'ha fet com calia. No hi ha, doncs, res a témer... Pot descansar en pau!

Però sembla que algú el mou, l'aixeca de terra i el col·loca en un altre lloc. Durant un temps que se li ha fet etern

li ha semblat que el gronxaven com quan era petit i el volien fer callar. Ara, però, cada gronxada és una punxada de dolor. La sang, coagulada, li oprimeix el ventre, tot impedit que s'escoli la que encara li queda al cos. El dolor que li fa és infernal. Si no fos per aquest dolor!

M'he aixecat i m'he dirigit al faristol que han col·locat al costat dret del Paranimf. Porto el discurs escrit, llegit i rellegit durant aquests tres mesos tan llargs, dins d'un portafolis de color blau fosc, amb l'anagrama de la Facultat de Matemàtiques. M'ha arribat el moment. És el final, però cal començar.

He col·locat els papers damunt el faristol i m'he disposat a llegir-los. Llavors m'he adonat que tots els qui es troben al Paranimf s'han aixecat i m'aplaudeixen. El soroll és impressionant! Això ha acabat d'ensorrar les poques defenses que em quedaven. Una punxada d'angoixa em prem el cor i les llàgrimes m'omplen els ulls.

Silenci! Pau! Res no es mou! El dolor ha passat! Sent fred a l'esquena com si l'haguessin posat damunt una làpida de marbre.

Dos homes, amb unes bates que potser alguna vegada havien estat blanques, diuen:

—No hi ha res a fer. La ferida està en molt mal lloc. A més ha perdut massa sang!

—L'han portat massa tard per intentar de salvar-lo. Si l'haguessin dut immediatament després de l'impacte, potser hi hauríem pogut fer alguna cosa.

—El coneixes?

—No l’havia vist mai.

—Caldria avisar la seva família. És tan jove! Deu tenir vint anys acabats de fer.

—Però com podem saber qui és?

—Qui l’ha trobat? Qui l’ha portat fins aquí? Potser que els preguntem si el coneixen.

Ell, però, ja no sent res! Ha arribat el silenci definitiu. Ja mai més no sentirà res. Ja no hi ha retorn. Caldrà esperar unes hores, però finalment arribarà el final. Quina llàstima. Mai no sabrà la importància que, amb el pas dels anys, tindrà el seu nom. Vindrà un dia que no hi haurà cap estudiós que no l’hagui sentit alguna vegada. Imprès en un gran nombre de llibres de matemàtiques, esdevindrà un nom immortal. Totes les branques de la ciència aplicaran, més o menys intensament, les descobertes que ell ha iniciat. I aquell que aconseguixi d’alçar-se per damunt les seves espatlles, podrà veure el que hi ha més enllà de l’horitzó del coneixement de la seva època i d’èpoques ulteriors. Ell és un dels escollits.

Després dels aplaudiments, un silenci sepulcral. Tothom espera que comenci a llegir. He aconseguit d’asserenar-me. Em torna la veu. Els meus ulls són cada cop més capaços d’enfocar les paraules que he escrit. És el meu moment de glòria, un moment de glòria que he aconseguit tot manlevant-lo als gegants.

—Il·lustríssim Senyor Conseller, Magnífic Senyor Rector, estimats i estimades col·legues, benvolguts companys i companyes d’Administració i Serveis de la Universitat, apreciats estudiants, senyores i senyors:

»El Senyor Rector, en nom de la Universitat que repre-

senta, em va demanar ara fa cosa de quatre mesos que us dirigís una reflexió en veu alta sobre el fet docent.

»L'oferiment se'm plantejà com un repte. Un professor de matemàtiques havia de parlar de la docència universitària a la comunitat docent i discent i, a través d'ella, a la societat en general.

»El primer que vull posar de manifest és que la matemàtica és una activitat humana. Feta per homes i dones de totes les èpoques i nacionalitats, en gairebé totes les llengües amb cultura, i que s'aprèn gràcies a la transmissió que en fan les professores i els professors. La *vox populi* sembla estar d'acord en el fet que aquests professors no aconsegueixen de transmetre-la com quelcom que pot ser entès amb naturalitat i après senzillament. La dificultat rau, sense cap mena de dubte, en el fet que la matemàtica, gairebé com el llenguatge, és un «constructe» de la ment humana amb una vitalitat pròpia que ens fa pensar que existeix amb independència del seu coneixement i de la seva creació. Això, permeteu-me ser rotund, és erroni.

»Si volem transmetre la matemàtica de forma comprensible, ens cal partir d'aquest fet. Hem de ser capaços de fer entendre, abans que res, que la disciplina que ensenyem i que els nostres deixebles han d'aprendre és fruit de la creació de l'esperit humà. Només ens podem fer entendre des d'aquesta perspectiva.

»Cal transmetre les intuïcions bàsiques dels problemes matemàtics, l'essència del fet matemàtic, i deixar en segon terme la tècnica pròpia de la disciplina. Aquesta tècnica, tan vital per al professional de la matemàtica, és secundària i pot ser evitada.

»Isaac Newton ens va deixar una dita que ve molt a tomb del que suara us he dit:

Si he vist més lluny és perquè m'he enfilat damunt les espatlles dels gegants.

»Em sembla que aquesta frase és paradigmàtica del fet docent. Si volem que els nostres alumnes arribin a veure-hi prou lluny, tan lluny com el qui els ensenya i, si pot ser, més lluny encara, només cal que els ajudem a enfilarse damunt les espatlles dels gegants...

I mentre segueixo llegint la lliçó magistral recordo algun dels fets que he repassat mentre la confegia i que segueixen vius un cop acabada la lectura i el Paranimf dempeus esclafeix en aplaudiments.

En retirar-me cap al seient, sé que la meva tasca com a docent es perllongarà en els meus deixebles, en la seva docència i en la seva recerca. Aquesta transmissió és, però, silenciosa. No té el ressò de les grans descobertes, ni de les grans invencions. El meu nom perdurarà una mica més, no gaire més, que la meva vida. La terra dels grans homes, tanmateix, no serà mai ni el meu reialme, ni el meu país, ni tampoc el de tants i tants altres que, com jo, han dedicat la seva vida a l'ensenyança. Tots nosaltres hem viscut de manllevar els coneixements.

La mort esdevé a les 10 hores del matí del dia 31 de maig de 1832, després de més de dotze hores d'agonia. El seu germà Alfred, assabentat de la situació —ningú no sap com—, l'ha dut, ja moribund, a l'hospital i, totalment desfet, li ha fet costat fins el final.

Massa jove per veure morir un germà, tot just a la flor de la vida, no pot reprimir les llàgrimes. El moribund li

diu, en un moment de consciència:

—No ploris. Necessito tot el coratge que pugui reunir per morir als vint anys.

Ha refusat l'auxili espiritual del capellà i, a la nit, comença l'agonia, una agonia ben diferent de la que també, de nit, havia portat el seu pare a la mort.

La mort s'ha degut a una bala. Això fa necessària l'autòpsia. Té lloc al l'Hôpital Couchin, on ha passat els darrers moments de la vida.

El jove Galois, Évariste, de 21 anys *[sic]*, bon matemàtic, conegut sobretot per la seva ment ardent, ha mort després de dotze hores d'agonia, a causa d'una peritonitis, causada per una bala disparada a vint-i-cinc passos.

[...] El seu cervell és pesat, les circumvalacions són llargues, les anfractuositats profundes, sobretot a les parts laterals.

[...] Sis onzes de sang coagulada han fet que els intestins s'enganxessin al peritoneu, tot clapejat de sang.





## Capítol 2

# A les acaballes de l'Imperi

Egalité, liberté, fraternité!

Crit revolucionari

De vegades, quan algú mor toquen les campanes, però no repiquen pas quan algú neix. I tampoc no ho van fer a Bourg-la-Reine el dia 25 d'octubre de 1811 quan a la una de la matinada el plor d'un nadó feia vibrar l'aire tranquil del número vint de la Grand'Rue.

—És un noi —li digueren a *monsieur* Gabriel, mentre la mare el contemplava, esgotada per l'esforç, amb aquella mirada plena de vida que només aconsegueix una mare en moments d'una gran felicitat interna.

Aquell havia estat un dia de tardor de colors ocres i marrons. S'havien esvaït els grocs i verds, vius i llunts de l'estiu. *Monsieur* Gabriel, però, encara els recordava mentre contemplava la volta del cel. De sobte s'estremí,

en adonar-se que els astres marcaven Escorpió, el signe de la mort.

Certament les campanes de l'església de Bourg-la-Reine no van repicar quan, a casa del matrimoni Galois-Demante, hi va néixer el segon fill, aquest cop un varó. De fet, no hi havia cap raó perquè ho fessin. No era pas un naixement rellevant per a la *ville*, ni tampoc per a *La France*. A més, calia que les campanes descansessin perquè ben aviat, massa aviat, haurien de tocar a morts.

El naixement que havia portat la felicitat a Gabriel Galois i Adélaïde-Marie Galois, de soltera Demante, consta a les actes de l'Ajuntament de Bourg-la-Reine.

A data vint-i-sis d'octubre de mil vuit-cents onze, a la una del migdia, davant meu, batlle de Bourg-la-Reine, en qualitat d'oficial públic de l'estat civil, compareixen *monsieur* Gabriel Galois, director d'un pensionat de la universitat imperial, de trenta-sis anys, resident d'aquesta comunitat, per presentar-nos un nadó de sexe masculí, nascut a la una de la matinada del dia d'ahir d'ell mateix i de la seva muller Adélaïde-Marie Demante, al qual vol posar el nom d'Évariste. Aquestes declaracions i presentacions es fan en presència de *monsieur* Thomas-François Demante, en l'actualitat president del Tribunal de Louviers, departament de L'Eure, de cinquanta-nou anys i avi matern de l'infant, i de l'escrivent Pierre-Ambroise Gandu, de cinquanta-tres anys i membre d'aquesta comunitat. El pare i els testimonis han signat, juntament amb mi mateix, el batlle, la present acta de naixement després d'haver-ne fet la lectura. *Signat*: Gandu, G. Galois, Demante, Lavisé.

Mentre *monsieur* Gabriel s'adreça a la Casa de la Vila per paviments de llambordes desiguals i irregulars, no s'adona de les cicatrius, molt difícils de curar, de les façanes de les cases de gres gris i porxos de marbre rosa. L'alegria que li omple el cor li fa oblidar, per uns moments, l'Época del Terror que havien implantat els jacobins de Robespierre.

El seu fill Évariste ha nascut en una família del tercer estat, el més afavorit per la Revolució. Pertany a la burgesia de la petita vila, que és, sens dubte, la classe que més s'ha esforçat a aconseguir la implantació de les noves idees, la més progressista i lliurepensadora. Això no l'ha privada, però, de veure com, en moments molt difícils i tràgics, el comandament de la Revolució se li escapava de les mans.

Neix, en definitiva, sota un Imperi que té els dies comptats. No deixarà d'haver-hi intents constants per part dels conservadors francesos per assolir una Restauració de la situació monàrquica i dels privilegis anteriors. La gent del poble dels Galois, eminentment pagesa, es troba enfrontada amb l'alta burgesia.

Mentre travessa la porta de l'Ajuntament, *monsieur* Gabriel somriu tot recordant les discussions amb els petits terratinents amb aspiracions aristocràtiques, i amb mossèn Sissot, el vicari de la seva parròquia, un xic conservador en moral, però força ben disposat en la defensa de la llibertat, els drets de l'home, la seva dignitat, i la igualtat entre tots. «Tots som fills d'un Déu, que no renega de cap dels seus fills».

—. . . Has d'entendre que les condicions dels nostres pagesos són encara molt dures. . .

—Sí, potser tens raó, però poden sobreviure i reproduir-se abundantament —li replica *monsieur* Arnaudíes, el propietari més ric del poble.

—A vegades penso —intervé mossèn Sissot— que les seves qualitats morals deixen molt desitjar. Parlen grollerament, fan festes a situacions i esdeveniments poc edificants i àdhuc obscens... Quan els visito penso que viuen en concubinat perpetu.

—Mossèn, mossèn. —*Monsieur* Galois l'aprecia, malgrat que no combreguin amb la mateixa doctrina—. Heu de tenir en compte les condicions en què viuen. Més ben dit, en què malviuen. De nit, dormen tots junts, al terra d'una barraca, el germà al costat del germà o de la germana, els pares al costat de les seves pròpies filles, joves i tendres, que desperten a la vida sentimental i, per què no dir-ho, sexual...

—Per Déu! No cal que siguis tan gràfic! Ja entenc el que em vols dir, fill meu!

—Nosaltres —intervé un petit terratinent que produeix ben bé el just per sobreviure ell i la seva família— no podem pas canviar una situació que ve de lluny. Abans, totes aquestes famílies que, segons dius, malviuen, moren de fam, i de malalties. Ara tenen menjar, una casa humil, però que els pertany i, en ocasions, si la situació ho permet —no sempre és així, no ho oblidis, estimat amic— fins ve el metge. Tu no depens, com nosaltres, de les inclemències del temps, de les plagues d'insectes, del preu de mercat dels productes, i de tantes i tantes altres circumstàncies.

—Tampoc no els falta l'auxili espiritual.

—Tot això és ben cert. Ja ho sé, i no ho poso pas en dubte, ni tampoc no ho qüestiono. Però sovint em pregunto

si l'ideari de la Revolució, igualtat, llibertat i fraternitat, no els seus mètodes, és possible si d'antuvi no aconseguim *dignificar*, deixeu-m'ho repetir, «dignificar», tots i cada un dels homes i dones.

—Gabriel, no entenc que vols dir exactament, però encara entenc molt menys què vols que hi fem nosaltres —el talla *monsieur* Bertholi, un veí distingit de la contrada.

—Home, comprenc que la solució no és fàcil i potser avui fins i tot impossible. Però crec que, si volem que tots siguem iguals, cal que tots siguem igualment dignes, amos de la nostra pròpia vida i de la nostra pròpia activitat! Això és el que vull dir: No podem renunciar a les idees! Només elles poden conduir-nos finalment a la consecució d'aquests principis. No m'enteneu?

—No pensaràs pas que hem de repartir allò que és nostre, allò que hem aconseguit amb el nostre esforç; allò que els nostres avantpassats obtingueren amb el seu! —exclama, un xic exaltat, *monsieur* Arnaudíes.

—No —amic Marcel—. No vull dir res d'això. Vull dir que cal reconèixer la seva aportació, el seu esforç, la seva contribució en el benestar seu i nostre. Vull dir que cal aconseguir que el treball sigui, com la propietat, un bé.

—El treball —fill meu— dignifica l'home. Això és el que defensa la doctrina de l'Església.

—Nosaltres també treballem. Però, a més, arrisquem, decidim, donem feina —intervé gairebé alhora Marcel.

—Aviam, em sembla que no m'he fet enendre. —*Monsieur* Galois no sap com s'ha pogut expressar tan malament. No sap ben bé com aclarir les seves paraules—. Insisteixo. No vull dir res d'això. Mossèn, no em refereixo al valor moral del treball. Em refereixo al seu valor

social. Si volem que els homes siguin iguals en dignitat, hem d'acceptar que allò que poden aportar a la construcció de la societat sigui igualment valorat, tant si és treball, com propietats, serveis, oficis, enginy, geni. Ho enteu ara? Si un home aporta, per la seva capacitat, més que un altre, s'haurà de considerar aquest plus d'alguna manera, però sense que això sigui en detriment del que aporta qui no té tantes capacitats.

—Les teves idees no només són utopies, sinó que són realment perilloses. —*Monsieur* Bertholi, de fet, és un conegut reialista, conservador, i defensor dels privilegis, però és un home educat que sap gaudir amb aquestes trobades de discussió i confrontació d'idees.

—No ho voldria pas. Ja em coneixeu. Jo el que vull és que la dignitat humana esdevingui una realitat. Que ningú no malvisqui mentre pugui ser útil a la societat; els desheretats també han de tenir drets. Si poden aportar quelcom, això els ha de ser reconegut i recompensat. No és cert, mossèn, que tots som fets a imatge de Déu? Per què, doncs, no hem de voler que tots siguin hereus i copartícps de la dignitat divina?

—Això, estimat fill meu, nosaltres no ho podem pas aconseguir. Només Ell, que és misericordiós, si complim els manaments, ens pot atorgar que siguem dignes de...

—Mossèn, per què no em vol entendre? No parlo pas d'aquesta dignitat. Parlo de la dignitat humana, de la igualtat en els drets, en el fet de compartir la terra i els seus béns, gràcies a l'esforç que cada un hi posi.

—I què passa —preguntà *monsieur* Arnaudiés— si algú no vol contribuir a la millora de la societat? Cal reconèixer-li algun dret? Els mateixos drets que als altres ciutadans?

—Home Arnudiés!, que potser reconeixem els mateixos drets als assassins i als innocents? No siguis sofista. Entenc que no és senzill. Cal reflexionar-hi.

—Estic d'acord amb vostè. Jo sóc nou a Bourg-la-Reine. M'hi acabo d'instal·lar. He viscut a Londres. —El rumor popular el fa un financer important, amb negocis d'importació i exportació que busca mercats agrícoles per poder exportar fruites i verdures, i també conserves, als països més nòrdics—. Allà, a Anglaterra, s'ha iniciat ja una transformació que afectarà molt notablement l'agricultura. En tot cas, l'agricultura tal com l'hem entès fins ara. Molts *farmers*, com els anomenen, abandonen el camp i s'atansen a la ciutat, on troben feina a les indústries del carbó, de les conserves, del metall, de la navegació. Sembla que això ja no té aturador...

Al número vint de la Grand'Rue hi ha un edifici de grans dimensions, envoltat de zones boscoses en les quals l'obaga senyoreja, i envoltat de jardins plens de parterres estil napoleó. En constitueix el centre, un d'allargassat amb un llit d'herbes grasses d'un verd intens, gairebé perenne, curull de flors de tots els colors. N'hi ha de totes les menes per tal que la floració cobreixi totes les èpoques de l'any. Ara són les dàlies i els crisantems de colors violats i taronges els qui dominen i omplen de vida el llit. L'esclat de la vegetació no fa pas pensar que l'edifici sigui un pensionat.

Durant la Revolució, l'avi patern d'Évariste n'era el propietari. Liberal des de la primera joventut, aviat s'adonà de la importància que tenien les idees de la Revolució i esdevingué un republicà convençut, sense arribar a ser mai un revolucionari del tot. Vinculat a l'ala més moderada de la Revolució, però no per això la menys impor-

tant, — els girondins—, va jugar un paper singular en la vida de Bourg-la-Reine. S'adonà a temps, com tants d'altres *citoyens*, que la República se'ls havia escapat de les mans i havia caigut en les dels jacobins, fins a esdevenir una follia col·lectiva que seria batejada, per a deshonra de la mateixa revolució, com l'Època del Terror. Fou precisament en defensa de la vila de Bourg-la-Reine, davant les ordes anticlericals i antimonàrquiques que volien l'aniquilació total de l'Ancien Régime, que impulsà el canvi de nom i suggerí Bourg-Égalité.

Amb els amics més íntims i els republicans moderats cometava sovint:

—Quan l'oportunitat política ho aconselli, li tornarem a posar Bourg-la-Reine.

El vell Galois era un home alt, ample d'espatlles, amb un bigoti esplendorós que li conferia una expressió orgullosa, amb un punt de duresa. Els seus ulls, quan se'ls fitava atentament, deixaven translluir una bonhomia i una afabilitat profundament amagades, encara que fos per voluntat pròpia.

Se'l considerava un defensor indiscutible de la Revolució, un autèntic republicà i alhora un enemic aferrissat d'excessos, sang i mort. Creia fermament que el canvi s'havia d'aconseguir a través de la llei, l'educació i la modificació de les actituds i els costums, inculcant amb paciència, però amb fermesa, els *principes fondamentals* de la República. Es va sentir tan orgullós, quan el seu primogènit, Michel-Théodore, va esdevenir oficial de la guàrdia imperial i, sempre al costat de l'Emperador, va recórrer tots els racons d'Europa! Com el seguia, en els mapes, pels llocs on lluitava, on visitava en qualitat



de missatger o d'ambaixador a les ordres de l'Emperador personatges il·lustres dels països veïns!

Mentre que les escoles religioses —principalment les dels jesuïtes— eren obligades a tancar per decisió explícita del *directòrium*, l'avi Galois era nomenat director d'un pensionat en el qual eren respectats fil per randa els tres principis fonamentals —llibertat, igualtat i fraternitat— i transmesos als joves pensionistes. Creia fermament que l'educació era un dels mitjans més sòlids i potents per tal que, mai més, no es donés un retorn a la situació de *privilege* de què gaudien els dos primers estats —la noblesa i la clerecia— ni tampoc a la monarquia absoluta. Era anticlerical, però mai no fou radical en les idees i, per això, el seu pensionat acceptava tota mena d'hostes.

Nicolas-Gabriel, el pare d'Évariste, va viure en aquest ambient complex i ric en matisos. Amb el seu germà gran lluny de la casa paterna, al servei de l'Emperador, li va correspondre la responsabilitat de continuar la direcció del centre quan el seu pare, ja massa vell, hi va renunciar per qüestions de salut.

A més, a Europa, les idees polítiques es debatien entre dos extrems gairebé oposats, que dividien els joves en dues actituds que, més tard o més d'hora, els havien de portar a enfrontar-se. Amb Napoleó es forjà un concepte nou i prou perillós per fer trontollar els avenços de la Revolució: el concepte de Nació, com a principi dels drets fonamentals. Tots els ciutadans s'hi havien de sotmetre. És clar que aquesta nova ideologia posava en perill els drets individuals. L'individu deixava de ser el fonament de l'ordenació jurídica, la qual es transferia a la Nació.

Un vespre, en una vetllada a casa de l'àvia Demante, Évariste i el seu germà juguen a reproduir aquest ambient convulsionat. Ell tot just té quinze anys, però ja està avesat als jocs d'enginy dels *exercices de langue*.

—*Mesdames et monsieurs*, per a tots vostés una conversa entre dos alumnes d'un pensionat.

*Lloc de l'acció.* Una petita habitació d'una institució educativa.

*Decoració.* Sòbria. Conté dues cadires col·locades davant d'un escriptori que es troba sota un finestral pel qual entra la llum càlida i esmorteïda del tombant de la tarda. Al racó, un llit.

*Moment de l'acció.* Un dia d'hivern, clar, però fred. El sol es pon. Són cap a les sis. És un breu moment de repòs abans de la darrera trobada col·lectiva —l'hora de reflexió i capteniment que correspon a les vespres— abans de sopar.

*Personatges.* MARC PARMENTIER i HENRY BRUNET. No tenen pas més de setze anys. Són de bona família.

Els Parmentier, fills de Marsella, són majoristes de productes càrnics. Han aconseguit aixecar un imperi al sud de França. Les seves mercaderies surten del port de Marseille cap a tots els extrems de la Mediterrània i també cap a Louisiana, al Nou Món. Durant la Revolució, amb la desfeta de la noblesa, la seva font més notable d'ingressos fou l'exportació als imperis britànic i rus. La Revolució els respectà per les importants aportacions econòmiques que feren a la causa republicana i, sobretot, als capitosts locals. Durant la guerra napoleònica, menys patriotes que molts altres, subministraven carn

a tots dos bàndols. Tenien un autèntic monopoli. Tothom sabia que els seus procediments comercials no eren pas gaire correctes —recorrien a extorsions, amenaces, i a tota mena d'accions delictuoses. El seu poder social, econòmic, i polític era innegable. Tanmateix el trust Parmentier és conscient que per sobreviure són indispensables les idees moderadament revolucionàries. Cal, doncs, enviar el promogènit Marc a institucions regides per liberals moderats.

Henri Brunet, en canvi, prové d'una família de militars de rang. Políticament hàbils han aconseguit col·locar-se sempre al costat del vencedor. Els seus béns, fruit de la fidelitat als governants i de la rapinya en les gestes militars, han crescut amb la mateixa rapidesa amb què se succeïen els canvis dins la França dels anys de traspàs de segle. L'objectiu és arribar a ocupar llocs importants en el govern d'aquesta nova França. Cal, doncs, que els fills assoleixin —per esdevenir prohoms— una formació sòlida i rigorosa, que només es possible d'adquirir a París i les seves rodalies. La Bretanya, tradicionalment massa conservadora, no els ofereix cap garantia.

Els nois són diferents. El bretó és alt i ben plantat. «Posa't dret» —li diu constantment l'àvia. I ha aconseguit el resultat pretès. Pèl roig, pell clara, ple de pigues. Malcarat, s'encén amb facilitat. Anys d'autoeducació li han ensenyat a contenir-se i a mostrar-se mansuet. La seva expressió és enèrgica. Àgil en els moviments, té una veu estrident, que traeix la seva calma aparent. El marsellès, en canvi, és bru i baixet. Una mica gras per l'edat. Es mou amb parsimònia, com un ós bru. Mai no s'altera per res. És afable i la seva veu és profunda, molt embolcallant i suggestiva. Quan parla es fa escoltar per tothom perquè exposa les seves opinions amb fermesa

i les raona amb precisió i rigor. Evita el dogmatisme, i mai no és prepotent. Accepta el diàleg. Li agrada la controvèrsia, però difícilment cedeix en les opinions —per a ell, sòlides— que ha elaborat.

*Acció.* Quan s'inicia l'acció, es troben ja enmig d'una discussió.

MARC. El futur és a les mans dels joves; a les nostres mans. Amb això estem d'acord. Però la qüestió és com ha de ser el futur que volem... Aquí és on discrepem, on som antagònics...

HENRY. No t'acabo d'entendre. Els dos estem convençuts que cal consolidar els valors aconseguits per la Revolució i que ara, amb la Restauració, es troben en perill... És així, oi?

M. Ben cert. Però entenem el concepte de llibertat d'una forma diferent i això fa que veiem el futur —que ha de garantir aquestes llibertats— també de forma diferent.

H. Què vols dir quan dius que entenem la llibertat de forma diferent? És que potser hi ha més d'una manera d'entendre-la? Serem advocats i haurem de defensar els drets individuals davant qualsevol poder o individu que els vulgui conculcar. És que això pot entendre's o fer-se de maneres diferents?

M. És en la manera d'entendre què vol dir defensar les llibertats, en què pensem diferent. Per a tu, si no t'he entès malament, l'objectiu és un Estat sòlid i totpoderós, oi?

H. Exacte! És indispensable tenir una nació política-ment forta, econòmicament autònoma, solidària en la dis-

tribució de drets i deures, i igualitària. . . No hi pot haver germanor, ni res de res, en la feblesa. M. I pretens defensar aquestes idees en una carrera política que et porti al Parlament?

H. I tant!

M. Doncs em trobaràs davant teu! El teu objectiu final és la consolidació de la Nació a través d'un estat i d'un govern forts! Massa forts per poder ser compatibles amb la defensa dels drets individuals. . .

H. Només si són compatibles amb els drets de la Nació! Pensa-ho d'aquesta manera. Si l'Estat no és fort, com pot garantir i defensar la llibertat dels individus de les amences que constantment els sotgen?

M. És que no és pas l'Estat qui ho ha de defensar. Ho han de fer el dret i les lleis; i els jutges. Un poder legislatiu i un poder judicial independents i poderosos.

H. Qui, si no l'Estat, en pot garantir la independència i el poder?

M. Henry, no ho veus? Només els individus, a través dels seus representants, elegits de forma democràtica, lliure i independent.

H. És que, de fet, estem d'acord. En l'essencial estem d'acord. L'únic que ens diferencia és que jo crec —i tu, Marc, també ho arribaràs a creure— que no ens podem permetre un estat feble, sotmès al caprici periòdic dels individus, perquè això comportaria el risc d'anorrear l'única garantia que tenen les llibertats individuals! Fixa't, si no, en la tasca de l'Emperador. . .

M. Aquí és on caus en el parany, Henry. Has substituït el Rei per l'Emperador, i l'Emperador per la Nació, que és garantida per la fortalesa de l'Estat. Però un estat absolut pot ser tan autocràtic, o més, que un rei absolut, que una església amb la veritat absoluta...

H. No ho veig pas com tu. L'Estat ha de ser fort. Més fort que ningú; més fort que qualsevol individu singular —papa, emperador, rei—, però també més fort que la suma dels individus. El govern, en canvi, ha de sorgir de la voluntat popular, però el govern no pot pas tenir més poder ni autoritat que l'Estat. Només el representa circumstancialment. Cal que s'elegeixin representants entre els qui són designats per ser elegits.

M. Designats, per qui? Elegits, per a què?

H. Ep, no em vulguis fer dir el que no he dit. No es tracta pas, com vols insinuar, de retornar a l'època dels privilegis. Cal imposar l'època de les *oportunitats*. «Cal guanyar-se el dret a ser superior». No es neix pas superior. Tots som iguals, però, amb el nostre esforç individual, podem guanyar-nos la nostra diferència.

M. En principi estariem d'acord en això, sempre que les oportunitats també fossin iguals per a tothom, però això és utòpic...

H. No amb un estat fort capaç de garantir l'educació, el treball, la vivenda, la sanitat... Però, si l'Estat no és fort, dependrà de les conjuntures, i no ho podrà garantir.

M. Henry, ho haig de reconèixer, això que dius sona bé. Però alhora em sembla que les idees que sostens són molt perilloses. Si permetem que quelcom es posi davant de l'individu, i esdevingui poderós, aleshores l'estem debilitant i, més tard o més d'hora, es veurà obligat a fer una altra Revolució per tal de recuperar l'hegemonia.

H. L'Estat s'ha de mantenir fort. Davant d'ell hi haurà els representants dels individus, del poble. A ells, els correspondrà la tasca de defensar els drets individuals. Si no ho fan, podran ser substituïts per uns altres que estiguin més ben preparats i disposats a fer-ho.

M. No estic gaire segur que així estiguem defensant la llibertat individual. Em sembla que l'única cosa que fem és defensar la uniformitat davant del dret. Aquests dos conceptes, encara que no sé ben bé per què, no em sembla pas que siguin el mateix.

H. Mira, t'ho diré d'aquesta altra manera, aviam si ens entenem. La meva llibertat, els meus drets, poden xocar amb la teva llibertat i amb els teus drets, i a l'inrevés. Quan això passi, com podrem resoldre el litigi sense haver-nos d'enfrontar violentament? Només ho podrem aconseguir amb unes lleis que garanteixin la teva llibertat fins allà on arriba la meva, i a l'inrevés. Estàs d'acord amb aquest principi, oi?

M. Totalment.

H. Pensa ara que els drets de tota una comunitat de persones topen globalment amb els d'una altra. Com podrem garantir la justícia en la diferència d'opinions?

M. És ben fàcil. Caldrà recórrer al diàleg raonat i a l'estudi acurat dels casos...

H. Però, un cop presa una decisió, qui la pot fer respectar i complir? Només un estat fort davant els individus, els grups, els altres estats, i l'Església. Tots dos defensem, de fet, el mateix, però la teva visió del món és utòpica. La dels qui pensen com jo és més possibilista i, de retruc, molt més segura. Ens cal la igualtat en els drets i en els deures! Així es garanteix la llibertat individual. Però hem de tenir un àrbitre ferm: l'Estat.

M. No sé ben bé com replicar-te, però em sembla que com més insisteixes en la teva ideologia més m'allunyo de compartir-la. M'acuses d'utòpic. Potser, sí. Però, que potser tu no t'hauries d'autoacusar d'excés de confiança? No t'adones que amb aquesta forma d'organització tots vosaltres correu el risc —i jo afegiria, que inevitable— de forjar un *gegant*, tan poderós, que no el podreu dominar, i que finalment imposarà les seves lleis per tal de poder sobreviure. Per això em sembla que el millor que puc fer per ser fidel a les meves idees és ser advocat dels més humils, dels més febles, dels desheretats... No puc deixar de pensar que els fets concrets són els que finalment generen jurisprudència i fan canviar, a poc a poc, els costums, i les lleis.

H. Amb això, Marc, discrepem completament. Només pots fer canviar quelcom si ostentes el poder. Com més amunt s'arriba, més poder es té per poder transformar l'*statu quo*. Marc, creu-me, no siguis illús, el poder és imprescindible!

M. A mi, en canvi, el poder —tota mena de poder— m'esfereix. A vegades penso —i em fa por— que tu i jo ens puguem arribar a trobar enfrontats. Tinc por que quan tu —o els qui pensen com tu— tingueu aquest poder que tant anheles, us oblideu dels febles. El poder, recorda-ho sempre! —ho he vist a casa— té un preu, i no sempre és honorable.

H. Que potser em vols ofendre? Jo, potser més que no pas tu, em mantindré fidel a la Revolució i al seu ideari. Només els mecanismes que faré servir seran diferents dels teus. T'ho dic de cor. Ens retrobarem i col·laborarem. Tanmateix, però, si en algunes ocasions ens veiem obligats a enfrontar-nos, no per això minvarà la nostra amistat.



M. M'agradaria molt que fos així... M'agradaria molt... Espero que, amic meu, amb la teva ànsia de poder, no ofeguis allò que ha costat tantes vides de patriotes...

Aquestes habilitats i aficions literàries, Évariste Galois les havia après en l'ambient liberal d'una família fortament cohesionada, en la qual l'àvia Demante tenia un paper aglutinador molt fort. Reunia —sempre que l'ocasió ho permetia— els fills i filles, gendres i joves, germans i germanes, i tots els néts. Com devia gaudir aquella tarda en què l'Évariste i l'Alfred els van representar el diàleg entre el Marc i l'Henry.

El seu espòs Thomas-François Demante era advocat i jutge. Abans, però, havia estat professor de dret de la Universitat de París. El seu aspecte físic era molt diferent del de l'avi Galois. Era corpulent, però de posat i comportament tranquil. La seva afabilitat era proverbial. Ningú no recordava haver-lo sentit mai alçar la veu. Tenia la cara rodona i blanca, com la lluna plena. La mirada era directa i neta; profunda, com si volgués descobrir allò que amaga cadascú, i alhora amable. Els seus cabells, ja força grisos, eren llisos i abundants i li conferien un aspecte de respectabilitat que, si bé sempre havia tingut, amb els anys semblava créixer.

Vestia amb pulcritud i caminava lentament, greument, com si estigués reflexionant algun dels casos presentats al Tribunal. Era un *senyor* típic de l'Ancien Régime, de caire liberal, s'entenia bé amb la família Galois, tot i que era més avançat, més progressista. Home molt familiar, els seus fills i filles el recordaven sempre molt proper, en contacte amb els problemes i les dificultats de la vida quotidiana, cosa no gaire habitual entre els homes de la seva classe.

Era un gran erudit i coneixia, perquè els havia estudiat amb passió durant força anys, els autors clàssics i, d'una manera particular, els autors romans. Se sentia molt íntimament vinculat a la manera de pensar i de sentir dels estoics. Coneixia perfectament Sèneca i Ciceró i els citava sovint. Creia que els principis ètics que defensaven eren la pedra de toc de la civilització humana, i recomanava a tothom que el volia escoltar la lectura dels *Deures* de Sèneca.

Aquests autors li havien fet comprendre la grandesa de ser home i, en particular, la importància de la llibertat de l'individu davant les institucions civils i religioses. Llibertat d'acció i de pensament davant els *dogmatismes* i la conservació dels privilegis, tantes vegades amagats dessota una gruixuda capa d'hipocresia moral, i tantes altres sota un desenvolupament ideològic i científic basat en el principi més estricte d'autoritat.

Aquest pensament liberal el van portar, avançant-se en aquesta actitud als seus contemporanis, a donar la mateixa educació, basada sòlidament en els pensadors de l'antiguitat, a fills i filles. Per aquesta raó Adélaïde-Marie, que acabava de ser mare, era una dona profundament formada en l'estoïcisme romà. Això li conferia una mentalitat que, en ocasions, podia semblar fins i tot massa viril, i que contrastava fortament amb la finor de les seves expressions i amb l'elegància clàssica de la seva posa. Era una dona tendra i alhora rígida, afable però inflexible, molt afectuosa però amant de l'ordre i la disciplina. Aquesta personalitat influí fortament en Évariste, i li provocà sentiments contradictoris.

La seva formació clàssica la convertí en una bona deixeble del liberalisme i de les idees de Benjamin Constant. Quantes vegades no havia repetit que

La llibertat és el dret que cadascú té a estar sotmès només a les lleis, a no ser detingut arbitràriament, i molt menys encara empresonat o condemnat a mort, de la manera que sigui, pel caprici d'un o més individus. És el dret que tothom té a expressar la seva opinió, a seguir les seves pròpies inclinacions, a traslladar-se de lloc, a associarse, [...] a influir sobre la marxa de l'Estat, anomenant una part important dels funcionaris, aconsellant, o preguntant per mitjà de peticions, amb l'obligació que l'autoritat ho tingui en compte amb més o menys grau.

Quantes vegades recordaria Évariste aquestes paraules quan, a partir dels setze anys, es trobà dominat pel remolí de la Restauració francesa? Com li havien d'influir en l'actitud romàntica, apassionada i juvenívola?

Algunes de les seves actituds i creences, tanmateix, havien de provocar una forta incomoditat en la família Galois. Adélaïde-Marie Galois era una bona cristiana. La seva assistència a la parròquia l'havia posat en contacte amb mossèn Sissot, a qui apreciava, i amb *monsieur* Bertholi, que així entrà a formar part dels contertulis del seu espòs. La seva passió per l'ésser humà, la feia molt sensible als defectes i les limitacions del proïsme i la dotava d'un punt d'excentricitat que despertava l'estimació de tothom.

El seu Évariste tenia les faccions fines de la mare, els ulls foscos i en forma d'avellana. Les celles, espesses i llargues, realçaven un aire lènguid que no l'abandonaria mai. Els cabells castanys, lleugerament ondulats. La cara triangular i amb una barbeta punxeguda. Els llavis molt ben formats i un xic molsuts. El nas recte i prim, absolutament simètric.

El nen Évariste no s'adonà del nerviosisme d'alguns *citoyens* de Bourg-la-Reine que, un capvespre d'un dia de juliol de 1814, van acudir al pensionat de la Grand'Rue. N'hi havia que estaven realment espantats, d'altres trasbalsats. A mesura que arribaven, es dirigien, sense cap mena de formalitat, al despatx de *monsieur* Gabriel, on ell mateix i el seu germà Michel-Théodore dirigien la reunió. Mossèn Sissot fou l'últim a arribar. Quan entrà, parlava l'amo de la casa.

—...i, per tant, el més important és mantenir-nos fidels a les idees de la Revolució i a la persona de l'Emperador...

—Però l'Emperador ha estat vençut i es troba reclòs a l'illa d'Elba. L'ombra de la Restauració, de la monarquia, plana sobre París —el tallà mossèn Sissot.

—Calmeu-vos. Tot això ja ho sabem. Escolteu el que diuen els germans Galois —l'espetà un assistent baixet amb bigotis.

—Hem de lluitar en dos fronts, però amb una gran discreció. Hem de reunir un capital important, que el meu germà Theodor farà arribar a l'Emperador.

—Quin és l'objectiu d'aquesta nova despesa...

—Avituallar les tropes, tot esperant el retorn de Napoleó —digué, nerviós per la interrupció, Theodor.

—Creus que tornarà? —preguntaren alguns assistents.

—Naturalment que tornarà! —exclamaren d'altres

Hi ha nerviosisme. De fet, són un grup de conspiradors.

—Quan? Com? —I un gran enrenou i guirigall s'ensengué com palla seca.

—Calma! Silenci! —féu *monsieur* Gabriel, restablint l'ordre—. Cal conservar la calma. Cal considerar detingudament allò que s'ha de fer. No podem perdre el temps en exclamacions inútils.

Després de fortes discussions, *monsieur* Arnaudiés fou l'encarregat de reunir i guardar les donacions que els fessin arribar els amics de l'Emperador. Es féu una llista de prohoms en qui es podia confiar —gairebé tots eren burgesos, terratinents, comercians, militars de rang, artesans, i intel·lectuals de bona posició—, per tal de fer-los conèixer les decisions preses, i fer-los partícips de la recapta. Als d'una altra llista —demòcrates i liberals, no gaire simpatitzants de l'Emperador— se'ls faria creure que feien una recollecta per a les famílies que havien perdut alguns dels seus membres o dels seus béns en defensa de la República. S'avaluà la quantitat que podien aconseguir. Aquesta es comunicaria als homes de confiança de Napoleó.

Aleshores *monsieur* Galois va reprendre la paraula:

—Hi ha, però, un altre front on cal continuar batallant, molt més subtil i difícil —digué.

—Quin? —preguntà el mossèn.

—Un en què vós podeu contribuir molt efectivament —li va respondre el director del pensionat.

—No veig què és el que puc fer-hi jo, en aquesta conjuntura política!

—No solament vós, pare, sinó també tots nosaltres. Hem de fer que les idees d'igualtat, llibertat i fraternitat es mantinguin vives en la consciència dels vilatans, i hem d'evitar que retornin els privilegis, fins i tot els de la vostra Església.

—Jo diria que són els dignataris de l'Església els qui de vegades, indignes de la seva missió, s'apropen massa al poder polític i econòmic.

—Ara no és el moment de discutir subtileeses. Cal que cada un de nosaltres, des del nostre lloc, defensem amb la nostra actitud i amb les nostres accions, amb discreció, els valors republicans. Hem d'evitar que l'enemic, ara més fort que ahir, imposi les seves idees.

—I jo, com hi puc ajudar? —digué el mossèn.

—Usant les armes de què disposeu. . . Teniu influència. . . La gent us consulta i creu allò que li dieu. . . Feu servir el púlpit. . .

—El púlpit només el puc fer servir per conduir el ramat que m'ha estat confiat cap al Redemptor, que és la seva única salvació. Prou que ho sabeu! No en puc fer tribuna política. Vos sou un agnòstic, però jo he fet una promesa de fe, i no puc ni vull rompre-la!

—Això no és pas el que us demano. Us demano que, des del vostre ministeri, feu ús dels matisos que la prèdica us permet, tant els útils per a la vostra missió, la salvació de les ànimes, com per a la nostra, la dignificació de l'home. . .

La discussió encara durà una mica més. Mentre *monsieur* Gabriel i el pare Sissot discutien, els assistents anaren marxant. Era tard quan el pensionat quedà buit. L'avi Galois havia assistit a la reunió. Estava assegut en un racó, silenciós i molt preocupat. Michel-Théodore, en canvi, estava exultant. El seu germà Gabriel, cap dels republicans de Bourg-la-Reine, se sentia força satisfet.

Évariste dormia. Res d'això no l'afectava, encara. Ell tot just començava a aprendre a llegir i a escriure.

## Capítol 3

### Papiroflèxia

No hi ha camins reials per a la geometria.

EUCLIDES

—No et sembla que en Valeri està massa esquifit per l'edat que té. Sembla que no hagi fet el canvi i gairebé ja té catorze anys —li deia la mare al pare mentre contemplaven junts la fotografia.

I, certament, molts dels meus companys de curs del col·legi de Sarrià tenien una presència més desenvolupada que la meua. Es preocupaven i parlaven, d'amagat perquè els capellans i mestres no els sentissin, de les noies, la masturbació, els petons, certes parts del propi cos, que a mi no em preocupaven gens ni mica.

—Potser sí que tens raó —féu el pare, distret, com sempre que li parlaven de qüestions, diguem-ne, casolanes, familiars. De fet, no l'interessaven gens ni mica.

—El duré a l'Enric, a veure que me'n diu —va afegir la mare.

Estava realment preocupada. Era una dona sanguínia, emotiva. S'esverava amb facilitat. Però alhora sabia com resoldre els problemes, reals o imaginaris, que la preocupaven. De fet, tots plegats, els de casa i, en particular, el pare, teníem molta sort del seu pragmatisme, molt particular, ben cert.

I així fou com començà l'episodi que m'havia de dur al coneixement pràctic de la papiroflèxia o l'art de fer tota mena d'objectes —cases, vaixells, avions, animals, persones, mobles, jocs— plegant fulls de paper i, en alguns casos, tallant-los. Dic el coneixement pràctic, perquè només vaig aprendre a fer-los. No se'm va pas ocórrer de plantejar-me si sota d'aquella activitat manual hi havia alguna teoria i molt menys encara si podia ser una teoria matemàtica. Però, aturem-nos! No avancem els esdeveniments. Tornem allò on érem.

La mare va concertar l'hora amb l'Enric. Els pares l'anomenaven així. Eren molt bons amics. No sé si mai vaig arribar a saber-ne el cognom. Els meus germans i jo, però, l'hi havíem de dir doctor Enric.

Ens va rebre, a la mare i a mi, el pare no va pas venir —mai no ho feia—, amb aquella simpatia que els metges adopten quan visiten un nen, o un noi. Volen evitar que la seriositat del despatx, amb aquells aparells estranys —que mai no fan servir— i tanta bata blanca, els provoqui cap mena d'angoixa. Adopten, doncs, un posat de complicitat.

—Em sembla que el Valeri no fa el canvi que correspondria per l'edat que té. Els seus amics són força més alts que ell. Alguns han canviat fins i tot la veu. A d'altres ja se'ls insinua el bigoti.



La mare es girà cap a mi, que acabava de fer un gest de disgust.

—Si ja sé que no vols fer gimnàstica, però caldrà fer el que digui el doctor. Tampoc no es pot dir que mengis amb delit. Sempre t'hem de forçar...

El doctor Enric semblava afable. M'era difícil de conèixer-lo bé per aquell posat fingit que adoptava davant meu. El seu bigoti era simpàtic. No costava gaire endevinar que procedia d'una bona família de Sarrià. No solament no havia hagut de passar les privacions que tants i tants conciutadans seus havien patit durant els anys dolents de la postguerra, sinó que sempre havia tingut més del que li calia. Tenia aquella seguretat que dóna una situació econòmica folgada, la seguretat que els diners ho poden resoldre tot.

Amb tranquil·litat, com si parlés amb un adult, em va dir:

—Que fumes?

Això no m'ho esperava. A casa no volien que fumés, però jo, a vegades, no gaires, feia una cigarreta amb els companys d'escola. Em va agradar que m'ho preguntés sense embuts.

—No. De fet, no —li vaig respondre decidit. No volia pas que la meva resposta suposés una discussió amb els pares.

—Bé doncs... Vine demà al matí en dejú i porta'm una mostra d'orina dins un pot... Porta també els resultats de l'examen que t'han fet al col·legi.

I dirigint-se a la mare,

—Joana, no pateixis. És un noi sa. No crec que ens hàgim de preocupar per res...

Ens va acompanyar fins a la porta i, abans de tancar-la, va dir a la mare:

—Digues-li a l'Àngel que em vingui a veure. Quedarem per sopar un dia!

I la porta es va tancar.

Un cop m'hagué fet una revisió completa i va haver estudiat les anàlisis, va arribar a la conclusió que segons el seu parer tenia les amígdales i els carnots infectats i calia extirpar-los. De fet —ho he sabut després— no és clar que l'extracció d'amígdales i carnots servís per a res. Tanmateix, després de l'operació, vaig fer el «canvi».

El cirurgià que vam visitar era d'allò més desagradable. No sabia, o no volia, fer cap mena d'esforç per guanyar-se les simpaties dels pacients i dels qui els acompanyaven. La mare s'havia informat i era un bon cirurgià.

—Té unes mans d'àngel! —li digué una veïna—. Va operar un cosí meu i el va deixar com nou.

—A les seves mans, en Valeri està segur —li va dir un familiar.

—Amb ell no has de patir per res. Sap molt bé el que es fa —ens digué el doctor Enric quan li vam consultar la seva opinió.

A mi no m'agradava gens i hauria volgut no haver-hi d'anar. M'hi hauria negat, però m'hauria hagut d'enfrontar amb el pare...

Tenia el consultori als Jardinets de Gràcia. Era l'única cosa bona de tot aquest enrenou. A l'altra banda dels Jardinets, ben bé just al davant del seu consultori, hi havia una casa de components elèctrics... Em sembla

que encara hi és... Es deia casa Watt. A l'aparador de vidre hi havia una placa de la mida d'una quartilla. Si hi posaves la mà al damunt, així que la tocaves, feia música. Em tenia meravellat, malgrat que gairebé tenia catorze anys... Potser sí que era un xic petit encara... O potser era degut al fet que, a casa, no hi havia cap instrument ni aparell de música... No és que, en aquella època, en tingués gaire gent d'aparells de música, però jo quan volia sentir *Taxi-Key* m'havia d'infiltrar a casa del Bruno o d'algun altre amic.

Bé, el cert és que quan havia d'anar al consultori dels Jardinets em consolava pensar que podria anar a Watt i podria fer sonar la placa misteriosa...

I com que tot arriba, va arribar també el dia de la intervenció. Seria de bon matí, tan bon punt em llevés. El cirurgià m'havia dit, sec com sempre, gairebé de mala gana, que no patís, que no em faria gens de mal, que m'adormirien... Curiosament a mi no em feia gens de gràcia que m'adormissin... Hauria preferit estar despert... Em molestava moltíssim que em traguessin del mig, quan de fet n'era el protagonista... Em feia més angoixa que em desconnectessin de la realitat que no pas la intervenció.

Aquella nit, després de sopar, amb la intenció de tranquil·litzar-me, la mare em va dir, gairebé confidencialment:

—Després de l'operació t'hauràs de quedar uns quinze dies al llit, fent repós. Seran unes petites vacances. Quina sort, oi? I, a més, seran unes vacances molt llauneres. Només podràs menjar coses gairebé líquides; llet amb cacao, xocolota desfeta, nata, iogurts, suc de fruites, purés, flams, crema... T'ho passaràs d'allò més

bé. Els teus germans voldran trobar-se al teu lloc i els companys, quan et vinguin a veure, t'envejaran.

Fou aleshores quan va intervenir el pare. Deixà de banda el llibre que estava llegint —ell sempre llegia a taula perquè quedés ben clar que, de fet, no hi era, que no se'l podia molestar amb bajanades com ara «el Valeri no menja», «digues-li a la teva filla que no posi els colzes a la taula», «què us sembla si demà fem bacallà amb patates, ous durs i panses?»— i em digué:

—Has de ser valent i no has de plorar. Els xicots no ploren! Si demà no plores et faré un obsequi que t'ajudarà a distreure't els dies que t'estaràs al llit...

I tornà al seu llibre sense esperar que cap de nosaltres intervingués. L'oracle havia baixat al nivell dels mortals, però no hi havia pas cap raó perquè els humans creguessin, ni per un moment, que estaven a la seva alçada. Retornà al seu lloc, ocult a la mirada dels altres, els terrícoles. La seva dignitat no li permetia altra cosa... O bé era la vanitat, l'orgull, l'egoisme propis dels caps de família, completament assimilats i acceptats per la societat?

Mai no oblidaré el matí de l'endemà. La mare estava molt nerviosa, molt més que no pas jo. Vam agafar un taxi. Això em va agradar... A casa, mai no s'agafaven taxis... «No ens ho podem permetre», deien. Però quan vam arribar als Jardinets el cotxe ens va deixar just al davant del consultori, a l'altra banda de Watt. Jo vaig dir a la mare si podia anar a jugar amb la música.

—No estem per jugar ara! Aviam si estàs pel que fem!

Estava molt nerviosa.

—T'hi deixaré anar quan sortim. Ara ens estan esperant i no voldràs pas que arribem tard, oi?

Tan bon punt vam entrar, ens van conduir a una habitació on no havia estat mai abans. Hi havia una cadira de braços amb corretges... No em va agradar gens. Em va recordar la cadira elèctrica que els nord-americans feien servir per a electrocutar els condemnats a mort. L'havia vist en una pel·lícula.

—Mare, digue'ls que no vull que em lliguin. Diga'ls que m'estaré quiet.

—No pateixis, fill. Ells saben el que han de fer.

—Però és que no vull que em lliguin.

L'habitació era més aviat fosca. No tenia cap finestra. Estava ben aïllada de l'exterior. Potser això era intencionat. Així si algun pacient cridava no se'l sentia des de fora. Aleshores no ho vaig pensar, però ara, en recordar-ho, em sembla que no tenia cap condició higiènica. Tampoc no vaig veure que tingués recursos per resoldre possibles casos d'urgència, produïts per qualsevol circumstància inesperada, qualsevol mena de reacció dolenta.

El doctor no se'l veia per enlloc. Només hi havia una infermera, realment lletja. El seu somriure era una ganyota. Les mans, quan em van tocar per acompanyar-me a la cadira, rugoses i completament seques, com d'espart.

Malgrat la meva resistència, em van lligar a la cadira. I per si això no fos prou em van introduir una mena de trencanous dins la boca. Forçava les mandíbules a mantenir-se tan separades com els era possible. Feia mal. Semblava talment que els llavis s'esqueixarien. No podia cridar, ni parlar. Vaig fer l'única cosa que podia

fer. Prémer l'aparell amb les dents amb tanta fúria com n'era capaç i forcejar mirant de deslligar-me. Em sentia empresonat, vençut, com si m'haguessin pres la personalitat i m'haguessin convertit en una persona incapaç de controlar-se.

I aleshores, com si encara no m'haguessin vexat prou, em van col·locar una *màscara*, mentre em deien:

—No facis força! Calma't! Respira suaument. Relaxa't. Deixa't anar.

De la màscara sortia un olor d'ametlles amargues molt desagradable. Vaig procurar no respirar, mentre continuava fent força amb les dents i intentava de deslligar-me les corretges que em mantenien fixat a la cadira. No sé si em vaig adonar que estava vençut, perdut.

No recordo res més. Però no vaig plorar i, en tot cas, ho hauria fet de ràbia, d'impotència. Després només uns sotrats, probablement del taxi de tornada a casa.

Em sembla que vaig somniar molta estona. Estava lligat davant d'una munió de persones sense cara, vestides de blanc. S'apropaven i s'allunyaven, tot mofant-se de la meva impotència. Jo era un ninot amb qui podien jugar i que no es podia defensar. Em vaig bellugar molt, però no podia sortir del llit. A un metre i mig, al llit del costat, com cada nit, el meu germà gran dormia profundament. I també, com cada nit, roncava, però ara els seus roncs em seblaven rialles. S'estava burlant de mi.

L'endemà, la mare em va dur un xic d'esmorzar: un suc de taronja i un got de llet amb una galeta o dues, fetes «sopes». Jo m'hauria menjat un elefant. L'acompanyava el pare.

—La Joana m'ha dit que no has plorat i, tal com et vaig prometre, et porto un regal.

I em va lliurar un paquet no gaire gruixut. Era més ample i llarg que un llibre.

—Obre'l —em va dir—. Vejam si t'agrada.

Era un llibre, més ample i llarg del normal, amb un títol soprenent: *El Mundo de Papel*. La coberta plena de figures —unes aus, uns vaixells, uns avions, un home fet de peces, un elefant, un molí...—, totes fetes de paper.

—Et servirà per entretenir-te tots els dies que t'hagis d'estar al llit i mentre no puguis anar a l'escola. T'he dut aquests diaris vells perquè vagis practicant.

Semblava a punt d'anar-se'n. Ell ja havia complert, però encara em va dir:

—Espero que t'agradi i que et sigui útil mentre duri aquest episodi de la teva vida. —Per a ell, tot eren episodis de la vida.

Jo estava entre sorprès i enfadat. Un altre llibre! Sempre llibres! No se li podia haver acudit una altra cosa més divertida: un joc, un cotxe, uns soldats de paper o de plom, una casa, un vaixell, un tanc de retallar i enganxar, un *làpizsabio*, uns pastels Goya i una llibreta de dibuix. No! No se li podia acudir! Ell era així. Un regal havia de ser un llibre.

Abans que sortís de l'habitació vaig dir, ben fluixet, perquè el coll em feia mal quan m'empassava la saliva:

—Gràcies, pare! M'agradarà molt!

Va sortir com si no m'hagués sentit. Però m'havia sentit! Ho vaig saber anys més tard. Ell era així. Res de manifestacions sentimentals, res de gestos frívols, femenins,

humans. Res de petons i abraçades. Només l'amistat era acceptable entre pare i fill.

Com sempre, la mare va intentar d'omplir el que, per a ella, era com un buit afectiu:

—Ja veuràs com t'ho passaràs d'alló més bé. El pare ha tingut una gran idea. Ha voltat moltes llibreries per trobar-lo. És un llibre que serveix per jugar i que no s'esgota mai. Ara deixa'l. Ja el miraràs quan hakis begut el suc de taronja i la llet. Beu-t'ho a poc a poc.

M'ho vaig veure tot, molt més de pressa del que calia. Estava ple de curiositat. A casa, mai no havíem fet ninots de paper. No n'havia vist fer mai a ningú. Seria una novetat. Carat de pare!, sempre sabia les coses més rares. A mi ja m'agradava ser una mica original. Coses de l'adolescència, suposo.

Aquells dies van ser els dies de la papiroflèxia pràctica. Vaig fer tota mena de ninots. Cada cop em sortien millor. Alguns em van costar un xic de paciència. Molts me'ls vaig aprendre de memòria. Gairebé no feia res més que ninots de paper. Avui, als meus setanta anys, encara en recordo algun. Val a dir que m'han estat útils més d'una vegada. A l'escola els canviava per llapis de colors. Quan un llapis se'm quedava massa curt de tant fer-li punta o bé el perdia, buscava algun company que el tingués en bon estat i li canviava per una figura de paper. El deixava triar d'un mostrari força extens. L'elefant, l'ase amb els dos sarris, l'au que mou les ales, la granota, tenien molt d'èxit. En canvi, l'encaputxat de Setmana Santa no agradava gaire.

Un dia vaig arribar a canviar tota una capsa nova de llapis de colors, molt bons —jo mai no n'havia tingut de tant bons, eren estrangers— per tota la col·lecció de



ninots del mostrari. Això em va costar un disgust. Els pares del noi es van queixar al jesuïta que ens vigilava quan no érem a classe. Li dèiem el «Sord» perquè patia sordera i era incapaç de localitzar d'on venien els sorolls. Nosaltres ens divertíem d'allò més deixant-lo en ridícul. Un de nosaltres, des d'un racó de la classe, feia el xiulet —uuiiiiii!— que precedeix l'esclat d'una bomba. Tot seguit, des d'un altre racó, un altre feia el boooooom! Ell, sense saber cap a on mirar, es posava molt vermell.

Em va cridar i em va dir que li tornés la capsa de llapis Sthandler. Jo volia fer-me l'enze, però ell va ser massa contundent i de seguida vaig haver d'afluixar.

En les festes familiars —Nadals, sants, aniversaris, batejos, comunions, casaments, etc.— quan hi ha hagut nens petits que, cansats d'escoltar les batalletes dels més grans, s'han posat una mica carraus, me n'he servit moltes vegades per distreure'ls. Als nens i les nenes petits els agraden els molins de vent, la manxa que escup farina, les fletxes, els avions, els barcos. Esbossen un somriure lleu i franc quan veuen sortir miraculosament una forma d'aquell full que era tan poc interessant.

Tants anys fent ninots de paper i sempre vaig estar *in albis* de la teoria matemàtica o geomètrica que hi ha associada. Perquè quan fem papiroflèxia fem línies rectes que es tallen en punts. És a dir, la papiroflèxia permet fabricar punts. Podem fer-hi certes figures: els quadrats, el rectangle auri, la diagonal d'un cub de costat unitat,... *Hi fem geometria*, la geometria de la papiroflèxia. Però jo mai no em vaig preguntar quina era la geometria de la papiroflèxia. Què s'hi podia fer i què no s'hi podia fer. Encara trigaria molts anys a saber quina és la geometria que s'amaga darrera d'aquesta art.

El curs anterior —el tercer de batxillerat— havia passat moltes tardes de dissabte i diumenge dolentes, sense poder sortir a passejar o anar al cinema del col·le, per culpa de les làmines del dibuix lineal. Calia passar-les a tinta xinesa negra. Maleïda tinta xinesa negra! Quan el dibuix estava gairebé acabat, quan ja només faltaven unes quantes línies, quan creies que encara podries anar a jugar a pilota, la tinta xinesa del tiralínies s'enganxava a la vora del regle de fusta i feia una escampada d'allò més inoportuna. Això quan hi havia sort, el pols no et tremolava i el regle no es movia fent que la línia recta semblés la corba del senyal de «corba perillosa» —com en els llibres del *Bourbaki*. També podia succeir que el compàs, mal clavat, sortís del centre, i en lloc de fer una circumferència polida i perfecta, fes una corba inacceptable. Si alguna d'aquestes circumstàncies es presentava, i sempre ho feia gairebé al final de tot, ja podies tornar a començar. Una mica de descans, el consol de la mare, una mica de pa amb xocolata per berenar, i tornem'hi. No, no era permès de borrar l'error ratllant suament el paper amb una fulla de gilet. Maleït dibuix lineal!

Ara, però, amb la perspectiva que donen els anys, no em sap gens de greu haver-ne fet. Em reca, això sí, que els professors de dibuix i els de matemàtiques no ens fessin descobrir la unitat de tantes veritats geomètriques que compartien. O potser m'hauria de maleir a mi mateix per no haver estat capaç de copsar aquesta unitat íntima.

Fèiem geometria clàssica, geometria euclidiana —jo tenia tretze anys— i alhora fèiem dibuix lineal, però mai no vaig ser capaç de comprendre el lligam íntim d'ambdues disciplines. És cert que m'adonava que, d'alguna manera, feien referència als mateixos objectes, però no

vaig copsar mai la diferència entre *existir* i *satisfer una propietat*. A la classe de geometria apreníem les propietats dels objectes geomètrics ideals sense preocupar-nos en absolut de la seva existència, de la seva construcció. A la classe de dibuix, fent servir només el regle i el compàs, ens ensenyaven, en canvi, a dibuixar les figures geomètriques. Però, mai no vaig ser capaç d'adonar-me, per exemple, del fet que la propietat geomètrica que estableix que «els angles d'un polígon regular sumen tantes vegades  $180^\circ$  com costats té menys dos» val per a tot polígon regular, amb independència de la seva construcció. «Si existeix un polígon regular de nou costats, s'hagi fet com s'hagi fet, la suma dels seus angles val  $1.260^\circ$ ». Ara bé, el fet que l'eneàgon regular, si existeix, tingui aquesta propietat, no vol pas dir que existeixi. De fet, aquesta propietat la tenen tots els polígons siguin regulars o no. I de polígons de nou costats que no siguin regulars sí que n'existeixen.

La qüestió és que l'existència dels objectes geomètrics —deixant de banda el *platonisme* i el *món de les idees*— depèn de les eines que acceptem en la seva construcció. L'existència està íntimament lligada a la possibilitat de construir. I la construcció depèn de les eines que ens facilitem per fer-ho.

No, no vaig ser capaç d'adonar-me aleshores que el regle i el compàs eren les eines amb les quals determinava punts i figures, però que aquestes podrien haver estat unes altres. Tampoc no em vaig preguntar mai —si ho hagués fet als tretze anys, hauria estat la pregunta d'un gegant encara infant— si el regle i el compàs permetien de construir-ho tot, quines limitacions tenien, i quin lligam podien tenir, si en tenien cap, amb la papiroflèxia.

Passarien molts anys encara perquè, llegint textos matemàtics que contenien les aportacions dels gegants, m'adonés de la profunda riquesa i dels lligams estructurals que hi ha dessora d'aquestes qüestions, de la importància que tenen precisament aquests lligams, que van més enllà del problema concret, sempre limitat.

Ara, però, em sento satisfet i alhora agraït als meus pares perquè van ser capaços de plantar la llavor de la papiroflèxia a les meves mans, primer, i al meu cervell, més tard. Si la llavor no va fer fruit tan de pressa com calia no va ser pas, en cap cas, per la seva falta d'interès, sinó per les limitacions del meu cap adolescent.

## Capítol 4

### La Restauració

Nous étions fatigués.

Mariscal MARMONT

La vida d'Évariste Galois està totalment lligada a la Restauració. Fóra impossible d'entendre-la en un altre context polític i social. El seu va ser un període de forta tensió entre el desig del passat, amb els seus privilegis, i la consolidació de les llibertats obtingudes per la Revolució, indispensables per conquerir el futur. Un període de grans esperances i fortes decepcions que propiciaven un *romanticisme* en els joves disposats a la innovació i la immolació.

Tot semblava ben lligat. Derrotat, per fi, Napoleó i autoaïllat a la illa d'Elba, només calia restaurar la situació en la França vençuda. Massa països havien estat subjugats per la política expansionista i conqueridora de l'Emperador. Gairebé tots havien estat sollats per les petjades indelebles dels gavatxos i els seus aliats.

El 30 de maig de 1814, mentre els veïns de Bourg-la-Reine miraven d'ajudar l'Emperador en el seu retorn,

Rússia, Prússia i la Gran Bretanya van signar el Tractat de París, que contenia les línies mestres de la Restauració, fixant la política dels primers anys del segle XIX.

Amb la caiguda de l'Emperador va renéixer la situació de conflicte que havia portat feia anys a la revolució. L'enfrontament havia arribat també a Bourg-la-Reine i amenaçava d'una manera molt particular la família Galois. Els reialistes no li perdonaven la seva fidelitat a l'Emperador. L'estiu de 1815, sota l'emparedament de la restauració borbònica, es donaven les condicions per començar les revenges. Tingué lloc el Terror Blanc, expressió cruenta dels més radicals —els legitimistes i els desterrats. Van massacrar més de mil caps revolucionaris i bonapartistes. A les Cambres, on tenien majoria absoluta, van imposar la seva voluntat, fent que el monarca es doblegués a les seves exigències.

August Bertholi sabia que havia arribat el moment de la revenja. Era un burgès poderós que s'havia fet a l'ombra de tots els negocis bruts que el desgavell de la Revolució i les ambicions de l'Emperador havien propiciat: estraperlos, monopolis, revendes d'aliments, tràfic d'armes a tots els bàndols... Sempre havia evitat de manifestar públicament les seves fidelitats polítiques, però era el suport econòmic més notable dels ultres i clericalistes de Bourg-la-Reine, i d'altres llogarets de les rodalies de París. Estava ressentit amb els republicans pel menyspreu amb què l'havien tractat. Menyspreaven una fortuna que s'havia fet sobre la misèria, la gana i la mort de molts *citoyens de la Patrie*. Se'l condemnava també per un catolicisme que, de fet, protegia els seus interessos. En certs moments de perill, gràcies a la seva fortuna, es va poder amagar, com si fos un traïdor, o

un enemic de França. Mai no els podria perdonar tot el que li havien fet passar, ni el menyspreu amb què l'havien tractat, aquells facinerosos republicans. Però encara podia perdonar menys els lliurepensadors que els donaven suport i els alenaven amb la seva ideologia.

Sabia que havia arribat el moment de la revenja. L'objectiu era la família Galois que havia aconseguit fer-lo fracassar quan havia intentat de posar en marxa, a Bourg-la-Reine, un centre educatiu confessional regentat pels jesuïtes. Les seves peticions havien trobat sempre una porta tancada a París. Estava convençut que sabia qui la hi tancava. Era la influència dels Galois. Mai no oblidaria —qui ho hauria fet?— la manera com l'havien tractat quan va decidir-se a demanar que intercedissin a favor del seu projecte a les autoritats napoleòniques. Hauria pogut comprendre —o potser no— una negativa, però aquella indiferència pel seu projecte, era pitjor que una humiliació... No l'oblidaria mai! Esperaria el dia que podrien passar comptes. Ja arribaria l'ocasió propícia!

No calia, però, demostrar-ho. Al contrari, calia mantenir-se a prop de l'enemic per tal de conèixer-ne les debilitats, els projectes, el poder real que tenia. No li va costar gaire. Adélaïde, una dona realment delicada i educada, li va obrir les portes de la família Galois. Se'n féu company inseparable en les seves assistències a l'església parroquial, on gairebé sempre anava sola o acompanyada d'alguna amiga vídua.

Amb la Restauració de Lluís XVIII va pensar que li havia arribat el moment i va escriure una carta —l'única carta que li escriuria perquè el destinatari li ho prohibí. Estava adreçada al prefecte de policia *monsieur* Guisquet. Es coneixien molt bé, des de la infància. Durant els anys de

joventut havien mantingut l'amistat i s'havien ajudat. *Monsieur* Guisquet era un sàdic, però havia après a no manifestar mai la seva crueltat públicament. Sorgia, en comptades ocasions, quan l'enemic ja estava vençut. Aleshores disfrutava manllevant-li la poca dignitat que li quedava. Li agradava veure'l morir completament buit per dins, anorreat. Molt hàbil políticament, molt intel·ligent —no tenia escrúpols— havia aconseguit enganyar la república, l'Imperi i ara, amb el borbó novament al tron, havia estat designat prefecte de policia per tots els favors que, traïdorament, havia fet a la corona.

Bertholi i Guisquet s'havien ajudat mútuament en moments delicats, en tota mena d'afers il·legals i immorals. Es devien massa favors per pensar a trair-se. Podien haver-se eliminat l'un a l'altre, però havien descobert que els era més profitós col·laborar. *Monsieur* Guisquet estaria encantat —no en tenia ni el més petit dubte— d'ajudar-lo a aniquilar la família Galois. Hauria de pensar la manera de dur a terme la seva venjança. Els reialistes —els ultres, com eren coneguts pels adversaris polítics— li ho agaririen i, en política —Guisquet ho sabia molt bé— que et deguin un favor sempre és útil. A més aconseguiria que els jesuïtes se sentissin deutors amb *monsieur le préfet de police*... i això seria un comodí que podria guardar a la màniga per a una ocasió oportuna. No ho dubtava pas, Guisquet l'ajudaria.

Però, quan va rebre la carta, Guisquet estava massa ficat en les accions de repressió contra els bonapartistes —el Terror Blanc li proporcionava una avinentesa que no podia deixar passar— per poder-se dedicar a atendre, de moment, la petició d'ajuda del seu amic. Quan finalment es traslladà a Bourg-la-Reine per trobar-se amb el vell amic Bertholi i aconsellar-li més discreció —una car-



ta mai no és discreta i pot ser utilitzada en contra teu— i veure com podien actuar, era el vint-i-set d'abril de 1816. Massa tard. Feia algunes hores que Napoleó havia fugit de l'illa d'Elba i entrava triomfalment a París.

La trobada quedà reduïda a un encontre entre dos amics. Res de política. No era el moment. Qui podia saber que l'Emperador només duraria *cent jours*. Ningú, ni els més hàbils. De moment els vents que bufaven a França tornaven a ser favorables als Galois. S'ho havien guanyat. Des de Bourg-la-Reine havien fet una tasca molt important a favor del retorn de l'estadista. Napoleó no era home que oblidés i tampoc en aquest cas no oblidà. La burgesia estava satisfeta, convençuda que ara l'Emperador, més vell, més feble, més dependent del seu suport econòmic, més cansat, més vençut que mai, seria més manejable i podrien dur a terme les millores necessàries per modernitzar França. Aconseguirien que la seva pàtria assolís una situació política, econòmica, social i industrial més idònia per a les necessitats del nou segle. Però no fou així. No hi hagué temps.

Tanmateix, al pensionat de la Grand'Rue tot va canviar. Napoleó, en recompensa a la fidelitat demostrada per *monsieur* Gabriel Galois, el va nomenar *maire* de Bourg-la-Reine. Quina punyalada per *monsieur* Bertholi i per a tants altres vilatans. Quan semblava que podrien prendre l'alternativa, que els havia arribat el moment de la revenja, el poder social i polític dels Galois creixia encara més. Bertholi, però, el felicità conservant al cor, com havia fet fins ara, tot l'odi que podia acollir. Li calia tornar a esperar. Ja hi estava acostumat. Havia après a ser pacient. A més, la venjança servida freda

té molt més bon gust. Només demanava a Déu que li conservés la vida per dur-la a terme.

Évariste creixia i aprenia amb avidesa, sense saber gairebé res del que passava més enllà de les parets del pensionat. Les primeres lliçons les va rebre de la seva mare, una pedagoga nata. El seu pare, atrafegat amb massa afers i càrrecs alhora —direcció del pensionat, presidència del partit liberal a Bourg-la-Reine, batlle— anà abdicant de les seves funcions de pare. De fet, el veia poc. Amb la caiguda definitiva de l'Emperador no va canviar res. La política prudent de Lluís XVIII va fer que pogués seguir de batlle, un fet que exasperà fora mida un jove vicari que s'acabava d'incorporar a la parròquia. També preocupà vivament al vell Galois que tenia por pel seu fill. Però, Gabriel Galois era un home moderat i obert al diàleg, i molts vilatans estaven convençuts que podria mantenir l' statu quo, que era precisament el que buscava la política del monarca. Les obligacions el van portar a absentar-se cada cop amb més freqüència de casa per assistir a tota mena de reunions a París. Va llogar un petit apartament a la capital, molt a prop del Lycée Louis-le-Grand, que generalment freqüentava sol. La seva muller Adélaïde gairebé mai no anava a París. La infància d'Évariste es desenvolupà amb una manca creixent de la presència del pare, i tota la seva vida quedà marcada per la gran influència materna. Les influències paternes —molt notables— foren d'una altra naturalesa.

Si *monsieur* Gabriel s'hagués preocupat més de l'educació dels seus fills, potser hauria assistit a les incomparables sessions d'estudi que Adélaïde-Marie i Évariste van

dedicar a la lectura de Sèneca. Aquell matí d'hivern, potser s'hauria trobat a la saleta Adélaïde.

La saleta es troba a la planta baixa. Sembla més àmplia del que és gràcies a un joc de miralls de paret i a la sobrietat dels mobles. Hi destaca un secreter molt ampli i sòlid, entre dues portes molt altes. És una petita joia de marqueteria. De cedre vermellós, té una tapadora cilíndrica en forma de persiana. Quan algú l'aixeca mostra, a l'interior, els seus secrets: tres columnes de calaixets disposats simètricament, als costats i al centre. Contenen els estris d'escriure, paper de cartes, lacre i segells dels Demante i dels Galois; també les cartes rebudes i les còpies de les que han estat enviades; un anuari familiar —dates de naixements, batejos, casaments i enterraments, des del seu matrimoni amb Gabriel Galois—, un llibre de comptes amb les despeses familiars dels darrers anys, i un diari íntim. El plafó és molt llarg. Hi poden treballar còmodament dues persones. Folrat de cuir verd, molt gastat per l'ús. Quan Adélaïde va començar a traduir amb una certa facilitat els secrets dels autors llatins més estimats del seu pare, el jutge, ell mateix féu el disseny de l'escriptori i n'encomanà la realització a un artesà amic. Quan Adélaïde va fer set anys, l'hi va regalar. Ella se l'estimava molt, i per això, un cop casada, se l'endugué a la nova casa, el pensionat dels Galois. Quan el van col·locar a l'habitació de la planta baixa, l'avi Galois li va dir:

—Filla meva, des d'avui aquesta és la saleta Adélaïde.

Ella gairebé no va poder contenir l'emoció que sentia malgrat que, per educació i per naturalesa, no acostumava a emocionar-se.

Com descriure la saleta? És com tantes saletes de les cases benestants dels voltants de París. Té, però, una personalitat que reflecteix la de la seva mestressa. Davant del secreter —a la paret amb el finestral que dona al jardí— només hi ha unes cadires entapissades de blau cel, amb una sanefa daurada molt discreta. El finestral, que de tan alt com és sembla estret, no té cortines. Això afavoreix l'entrada de la llum natural. Al costat pengen uns cortinatges d'un bellut blau fosc, propi del cel bretó al foscant d'una nit clara d'hivern. Un cordó del mateix daurat que la sanefa de les cadires les recull. Darrere seu s'intueix una cortina blanca i fina, de tul, amb unes flors groc pàl·lid, molt treballades. En una de les parets del fons, hi ha la porta que duu a la biblioteca del pensionat. A l'altra, l'escalfaplanxes, a punt d'encendre's. Els dies d'estiu són escassos.

Si *monsieur* Gabriel hagués estat present a la saleta Adélaïde quan, aquell matí d'hivern, hi va entrar Évariste, hauria vist com la mare obria un dels calaixos de l'escriptori-necesser i en treia uns llibres. Mentre ho feia segur que recordava el seu pare assegut a la mateixa taula, amb ella al costat. Potser, mentre preparava la propera lliçó o comentari, rememorava les entrenyables reflexions, les agudes observacions, els inestimables matisos que el jutge li havia fet dels estoics. Malgrat la passió que sentia per ells, les seves observacions i comentaris eren sempre mesurats, raonats, i desapassionats. Quantes vegades no les havia repetit al seu fill Évariste, tot adaptant-les a l'edat del noi i a la història de l'Europa i de la França del moment. Quantes vegades no hauria pensat —i desitjat— que el seu fill primogènit seguís les petjades del seu pare, i fos un humanista qualificat i reconegut.

Si *monsieur* Gabriel hi hagués estat, hauria vist que el sol que entrava il·luminava l'escriptori; els hauria vistos asseguts d'esquena al finestral, la muller i el fill. Hauria vist damunt el plafó verd i gastat, un llibre de Sèneca, un diccionari de llatí i la llibreta que Évariste havia portat, on feia, de tant en tant, algunes anotacions amb aquella lletra obliqua, tan personal amb la qual, no gaire anys més tard, escriuria la darrera missiva al seu amic Chevalier, el seu testament científic.

Hauria pogut llegir, si s'hagués atansat, el text que els ocupava:

Major pars mortalium, Pauline, de naturæ malignitate conqueritur, quod in exiguum æui gignimur, quod hæc tam uelociter, tam rapide dati nobis temporis spatia decurrant, ædo ut exceptis admodum paucis ceteros in ipso uitæ apparatu unita destituat...

—Llegeix-ho a poc a poc. Aïlla la frase principal i, en ella, el verb. Aleshores ja sabràs què és el que Sèneca vol transmetre com a fonamental —li havia dit Adélaïde—. Fixa't ara en les subordinades i amb el tipus de dependència... De qui són subordinades. Això et donarà els matisos, les justificacions, els aclariments, les raons, les conseqüències que l'autor addueix en defensa de la seva tesi principal. Vejam —va afegir mentre mirava el text— no conté cap paraula difícil. Potser *gignimur*.

Hauria vist que Évariste llegia el text, feia algunes anotacions esparces a la llibreta i, en poc temps, donava la traducció del text. Només havia fet servir el diccionari dues vegades:

La major part dels mortals, Paulí, es queixa de la malignitat de la natura en haver-nos engendrat per un temps

tan breu, perquè aquest espai, que ens és donat, decorre tan veloçment i ràpidament, que, exceptuats molts pocs, els altres són privats de la vida quan tot just s'hi preparen. . . .

. . . No és que tinguem poc temps, sinó que n'hem perdut molt. Prou llarga és la vida i més que suficient per acomplir les més grans empreses, si s'esmerça bé tota; però quan s'escola en el luxe i la negligència, quan a res de bo no es dedica, en veure'ns empesos per l'última hora inevitable, sentim que ha passat aquella vida que ens havíem adonat que caminava. Així és talment: no hem rebut una vida curta; nosaltres l'hi hem feta; no en som indigents, sinó pròdigs. . . Així la nostra vida és molt extensa per qui bonament sap disposar-la.

S'hauria adonat com n'estava d'orgullosa i satisfeta del seu fill Adélaïde-Marie. També ell n'hauria estat. Havia après llatí tan de pressa. . . Ella ja no li'n podia ensenyar més. També havia fet grans avenços en grec. Del francès no calia ni parlar-ne. Als *exercices de langue* feia versos per a les reunions familiars, petits esquetxos teatrals curulls de detalls, molt madurs per a la seva edat. Potser massa i tot. Només tenia onze anys però la seva formació humanística era molt completa.

Tot això ho hauria vist *monsieur* Gabriel, el *maire* de Bourg-la-Reine, si hagués seguit més de prop l'evolució del primogènit. Hauria pogut escoltar els ensenyaments que Adélaïde treia dels textos que traduïen. Calia que Évariste copsés la profunditat dels clàssics.

—No és la llargada de la vida el que importa a Sèneca. És la intensitat i la qualitat amb què es viu. Quan diu: «No és que tinguem poc temps, és. . . ».

I hauria vist com Évariste l'escoltava embadalit. Ella, a vegades, pensava que el seu fill estava absent, en un

altre indret, molt llunyà, però quan li demanava l'opinió, sempre el trobava preparat. Les seves reflexions la sorprenien, i haurien sorprès també Gabriel, si hi hagués estat present. Se'l veia còmode amb els pensaments dels gnòstics i dels estoics.

Si hagués estat a la saleta Adélaïde aquell matí, al caliu del sol que entrava pel finestral, hauria escoltat les opinions d'Évariste:

—Les paraules de Sèneca quan diu que «no és que la vida sigui curta, sinó que som nosaltres els qui la hi fem», ens fa adonar que és l'home qui, amb la seva manera de viure, dignifica la seva vida. La natura no fa la vida ni llarga ni curta. És la intensitat amb què es viu el que ho determina. Els homes som més grans, més gegants, quan aconseguim viure la vida traient-li el màxim partit possible... Un instant intens pot valer per tota una vida. Una vida buida, no és vida, i no val la pena de ser viscuda...

S'aturà un moment i, com si un nou desig li hagués omplert el cor, va mirar la mare amb intensitat —i, si *monsieur* Gabriel hi hagués estat, també l'hauria mirat— i digué:

—Mare, creus que viuré una vida intesa? M'agradaria molt, per mi mateix i pels altres... T'imagines morir per salvar la vida d'algú altre... Caure vençut per redimir-te tu mateix, o la Pàtria... Mare, m'agradaria!

Si *monsieur* Galois hi hagués estat, quan el seu fill repassava els primers paràgrafs *De la brevetat de la vida* de Sèneca, hauria pogut intuir que aquells textos i els desitjos del seu fill eren profètics? No ho podem saber!

Però no hi era. El fet en si no és estrany. El company d'Évariste, Flaugergue, ho palesa en un article del «Magasin pittoresque» de 1818, quan escriu:

\*

Un tret de la seva història que l'agermana amb d'altres homes cèlebres és l'haver rebut lliçons molt profundes fins al final de la seva infància, de la mare, una dóna d'esperit distingit i d'una instrucció molt sòlida.

Però només hi havia Adélaïde-Marie Demante. Ella, que sobreviuria més de vint anys l'espòs i el fill, quantes vegades no hauria refet aquesta escena en el seu cor? Com podria oblidar la premonició de les paraules d'Évariste? El coneixia prou profundament?

Però *monsieur* Gabriel no hi era mentre Évariste creixia en edat i en coneixements. Si hi hagués estat potser no hauria tingut lloc, entre ell i la seva esposa, el que s'esdevingué quan Évariste tenia només deu anys.

L'havia anat a veure a París en una d'aquelles etapes de llargues absències, d'intensa activitat política. El fet el va sorprendre. Ella rarament hi anava, perquè sabia que el seu espòs estava sempre molt ocupat amb qüestions oficials de tota mena. Passats els primers moments, una mica tensos perquè ell no l'esperava —estava aclaparat pels problemes de la feina i cansat, i no estava en el millor estat per escoltar qüestions domèstiques— ella li digué:

—L'Évariste em preocupa. Li he ensenyat tot el que sé. L'altre dia va traduir un text de Sèneca i em va fer unes reflexions sobre l'autèntica durada de la vida que em vam glaçar el cor.



»T'he de ser franca. L'Évariste és molt especial. No parla la passió de mare, no t'ho pensis —va dir quan va veure en el seu espòs la intenció d'interrompre-la—. Té l'ànima sensible! I això no és corrent.

»No sé si puc seguir acompanyant-lo en el camí que encara ha de recórrer. Em sembla que aquesta tasca et correspon a tu. Has de prendre el relleu pel que fa a la seva educació. És el teu primogènit, i damunt les seves espatlles caurà tot el pes dels Galois.

*Monsieur* Gabriel no s'ho esperava. Feia ja massa temps que havia claudicat de la seva família, que havia oblidat les obligacions que tenia envers els seus dos fills i la seva filla. Havia dipositat tota la confiança en l'Adélaïde —li havia resultat molt còmode. Però ara la visita de la dona i les seves paraules l'havien agafat en un moment delicat, ple de preocupacions i de dificultats... No podia carregar-se damunt les espatlles l'educació del fill. Era una tasca massa pesada. De moment, però, per sortir del pas, va dir:

—Deixa-ho a les meves mans! Et prometo que hi pensaré i actuaré d'acord amb les necessitats del noi i de la seva educació.

Adélaïde va quedar tranquil·la, però quan, uns mesos més tard, va rebre la notificació que el col·legi de Reims havia concedit una beca d'estudis al seu fill Évariste, va comprendre que el seu espòs havia malinterpretat les seves preocupacions. No volia que l'Évariste, encara massa jove, abandonés la llar familiar. Volia que en Gabriel, el pare, se'n fes càrrec. El noi necessitava la visió i els coneixements que només pot donar un pare.

Preocupada, s'assegué davant l'escriptori, el mateix on feia les classes a Évariste, agafà un full de paper de car-

ta, una ploma i un tinter. Sucà la ploma, i començà a escriure:

Estimat espòs meu:

Em sembla que l'altre dia, quan et vaig parlar del futur de l'Évariste, no ens vam entendre. El noi és massa petit encara, i massa sensible, per allunyar-lo de casa i internar-lo en un col·legi. Jo volia fer-te entendre que, d'ara endavant, tu t'havies de fer càrrec de la seva educació personalment fins que, d'ací a un parell d'anys, estigués preparat per anar a un Lycée. Sé molt bé —compto les hores de soledat— que tens moltes, massa preocupacions, que estàs ocupat moltes, massa hores. Tanmateix però, estaràs d'acord amb mi quan dic que l'educació dels fills és, almenys, tan imporant com les altres obligacions. Cal que els facis lloc en la teva vida. Cal que t'hi atansis i els ensenyis tot allò que un pare pot ensenyar.

No sé si el que et demano serà compatible amb les teves obligacions, però el meu cor així ho espera. Jo li he dedicat totes les hores que han calgut i penso seguir així, però sé que no és suficient. L'he vist massa vegades tancar-se en un indret on jo —i em sembla que ningú— no pot entrar. No sé si a tu t'ho deixeria fer.

Tinc por que si ara l'internem en un col·legi, encara que sigui del prestigi del col·legi de Reims, no ho entegui i encara s'amagui més endins. Podria ser irreversible.

Tu li has de fer lloc al teu costat. L'has de conduir des d'ara, has de mirar de descobrir el lloc secret, despertant en ell la confiança i companyonia que s'estableix entre els homes.

M'he permès d'escriure al col·legi de Reims agraint-los, en nom teu, la concessió de la beca, i exposant-los les raons que t'he donat per refusar-la. Espero que aquesta intromissió en una decisió teva no et molesti. He pensat que així t'evitava problemes.

Ja saps que ens agradaria, a tots, molt tenir-te més sovint a casa.

Una abraçada ben forta d'

Adélaïde-Marie

Per què l'havia desautoritzat Adélaïde? No veia que ell havia fet el més convenient per a tots? Ell no podia prendre el lloc que fins aleshores ocupava l'Adélaïde. Si Évariste no anava al col·legi, la seva educació seguiria sota la responsabilitat d'Adélaïde. No, no s'havien entès. És cert que ell no coneixia el fill com la mare. No sabia què li convenia més. Potser Adélaïde tenia raó. Ho deixaria a les seves mans. Dos anys passen volant.

Molt estimada i enyorada Adélaïde:

Les meves múltiples responsabilitats polítiques —cada cop més complexes— em tenen agafat, com la terranyina a una mosca.

Per ara no em puc dedicar als nostres fills. Caldrà que te'n continuïs cuidant tu, com has fet fins avui. Si et cal, busca algú que t'ajudi. Què et sembla el teu pare?

He escrit al director de Reims confirmant la teva carta i les raons que els exposaves i agraint-los la beca.

Això ens permetrà d'afrontar la situació un parell d'anys més. Llavors ja veurem què cal fer. En tornarem a parlar.

Vindré a casa a finals de la setmana vinent. Fins  
aleshores estic ocupat. No tinc ni un moment lliure.

Una abraçada del teu espòs,

Gabriel

Així, durant el regnat més aviat tranquil de Lluís XVIII, Évariste Galois fou educat per la seva mare fins que va tenir dotze anys. Tanmateix la relació dels fills varons amb els seus pares és ben curiosa, com ho fou la d'Évariste amb el seu. Quan, a Saint-Pelaige, va conèixer Raspail, li va dir que, «per a ell, el seu pare ho havia estat tot». I el més curiós es que és cert. Les activitats, les idees i la influència política del seu pare serien decisives en la seva vida. Ell, però, mai no arribaria a saber fins a quin punt.

I com que els anys passen volant, poc abans dels dotze anys, l'octubre de 1823, Évariste entrà, com a intern, al col·legi Louis-le-Grand, a París, per cursar-hi *quatrième*. Hi faria tota l'escolaritat. Com diu un periodista, historiador, i novel·lista:

Al Louis-le-Grand troba una situació de revolta: la passió de les idees liberals, la nostàlgia pels records de la Revolució i de l'Imperi, odi i menyspreu a la reacció legitimista. Des de 1815, Louis-le-Grand ha tingut ja dos directors; el primer, *monsieur* Taillefer, fou substituït per un motí; el segon, *monsieur* Malleval, buscà una situació més estable deixant carta blanca al liberalisme, sense que per això aconseguís un èxit més notable que el seu predecessor. Quan Évariste entra al Louis-le-Grand, acaba de ser nomenat un nou director, *monsieur* Berthot, que s'ha proposat no cometre cap dels errors dels seus predecessors, aplicant per aconseguir-ho una mà de

ferro. Els interns veuen en aquest home autoritari un *agent de la calotte*, un espia que té la missió de preparar el retorn dels jesuïtes. Refusen cantar a la capella. Els amotinats són expulsats, sense comunicar-ho a les famílies. L'any 1824, el dia de Carlemagne, al moment de fer un brindis pel rei, els estudiants guarden silenci i Berthot no dubte ni un moment què ha de fer. Els expulsa i delma el seu propi col·legi.

Un indret gens adequat per al jove Évariste, que ha rebut una educació republicana molt sòlida. Un indret gens adequat per a un noi que ve d'un ambient liberal, aquesta presó amb barrots a les finestres i parets coronades de vidres per impedir la fugida. Un indret gens adequat, aquest col·legi laic en què les manifestacions religioses són obligatòries. Quina paradoxa! Oferir com a models d'aquests nois d'ambient liberal els herois de l'antiguitat —sempre disposats al sacrifici en l'ara de la llibertat—, i alhora recloure'ls en un lloc carregat de cadenes, autoritat, submissió a l'ordre imposat per la Restauració. L'esperit revolucionari bull en el propi interior. El gas no pot sortir a fora. La pressió és gran.

El 16 de setembre de 1824, mor Lluís XVIII, que almenys ha tingut prou seny per establir i respectar la *Charte*. El rei és mort! Visca el rei! El 29 de maig de 1825, un nou rei es fa consagrar a Reims, com si la Revolució mai no hagués existit. Comença l'era de Carles X, rei de França.



## Capítol 5

### «Tarugos»

A la terra li atribuïm la figura cúbica [...]  
A l'aigua la menys mòbil de les que queden,  
al foc la més mòbil, i a l'aire la intermèdia.  
[...] I, com que encara hi ha un altre sòlid,  
Déu el va fer servir per dibuixar el Tot.

*Timeo.* PLATÓ

Quantes vegades no havia fet, a casa, a l'escola primària, els sòlids platònics amb cartolina? Per a mi eren el tetràedre, el cub, l'octàedre, l'icosàedre, i el dodecàedre. No en sabia res, jo, de sòlids platònics. I fins i tot, quan vam estudiar Plató en aquell curs d'història de la filosofia que m'apassionava, ningú no va parlar de la teoria dels sòlids platònics. Ningú no va dir res de la teoria platònica dels elements que componen l'univers.

Quantes vegades, tot jugant, no els havia fet giravoltar entre dos dits col·locats en dos vèrtexs, o en dos centres de cares oposades, o en dos punts mitjos d'arestes? Era una manera d'apavaigar els nervis, com mossagar-se les

ungles. Quantes d'aquelles tardes d'hivern, fredes i fosques perquè se n'havia anat el llum —era un fet corrent durant els anys de la postguerra—, aplegats al voltant d'una taula camilla, vestida amb una tela com de cobre-lit, pesada i feixuga, que amagava un braser que només escalfava els peus, tot endormiscant-nos amb l'emissió de monòxid de carbó, no havíem matat el temps jugant amb aquests objectes de cartolina?

Ara, però, em trobava al laboratori de ciències naturals del col·legi de Sarrià. Estava fent cinquè i la Quima havia decidit fer la classe de cristal·lografia usant «tarugos», com els anomenàvem aleshores. Educats completament en castellà, encara que la majoria —alumnes, professors i capellans— érem catalans, fèiem servir mots manlevats d'aquesta llengua veïna. El català el parlàvem a casa, entre nosaltres i, sempre fora de classe, amb algun professor. La nostra llengua no tenia ni mots, ni expressions tècniques. Calia manllevar-los de la llengua imposada. El col·legi havia pres una decisió que no el comprometia gens. El català, com a llengua d'estudi i aprenentatge, no existia. Pitjor, encara! No era una llengua. No tenia lèxic, ni ortografia, ni sintaxi, ni literatura. Era, com respirar i caminar, quelcom innat. No calia aprendre'l, ni estudiar-lo, ni perfeccionar-lo i, en certs àmbits, el seu ús estava vetat. Per això parlàvem de «tarugos».

La Quima —el pare Julià— va obrir un dels calaixos de les vidrieres i va anar traient capses de cartró plenes de «tarugos» de fusta, que anava dipositant damunt les llargues taules de caoba, molt envellides, en què ens trobàvem asseguts els de cinquè E.

—Ara, amb els ulls i amb els dits, mirarem els diferents sistemes de cristal·lització —va dir-nos—. Recordeu l'es-



quema que us vaig fer preparar com a treball de casa. En tenim sis: el regular o cúbic, el tetragonal, l'hexagonal, el romboèdric, el monoclínic, i el triclínic. Aquesta classificació respon a les propietats geomètriques —a les simetries— dels cristalls. Per tal que vegeu els eixos de rotació i la seva naturalesa diversa, començarem repassant els políedres regulars.

Mentre parlava seguia traient més i més capses. Quan va considerar que ja n'havia tretes prou, es va dirigir a un racó. Va desplegar un d'aquells cartells d'hule, completament enrotllats. Sempre acompanyava les classes amb tota mena d'estrís. Molts anys després, a les reunions de Rosa Sensat, vaig saber que la Quima feia servir material didàctic. En això, cal fer-li justícia, es distingia completament de tots els altres professors. Només ell i l'excel·lent professor de geografia de segon, el senyor Tusset, en feien servir, de material didàctic. Els altres, en el millor dels casos, es limitaven a la pissarra. N'hi havia, com el propi senyor Tusset, per als qui la pissarra —normalment la dominaven— era també material didàctic; clars i ordenats, en treien tot el profit possible. El senyor Tusset hi dibuixava uns mapes excel·lents, fruit de molts anys d'estudi. Els seus dibuixos, d'una exactitud i perfecció envejables, em tenien el cor robat. Ara, a cinquè —ja tenia decidit que seria professor de matemàtiques—, pensava que mai no assoliria el nivell docent d'aquells dos grans mestres.

Cada cop que desplegava un cartell, m'envaïa el desig d'acostar-m'hi i tocar-lo. Mai, però, no se'm va oferir la possibilitat de fer-ho i vaig deixar el col·legi amb una recança que, quan hi penso, encara em dura.

—Potser que no divagui més! M'estic fent vell i em deixo dur per la nostàlgia. En què pensava? Ah!, sí. La Quima havia desplegat un d'aquells hules...

A l'esquerra de l'hule, en columna, hi havia dibuixats els cinc políedres regulars, cada un d'un color diferent. Un xic a la dreta hi havia, del mateix color, el *desplegament damunt el pla*, que tantes vegades havia dibuixat i retallat. I a la columna de la dreta, tres números. En el cas del tetràedre, el números eren 4, 6, 4; en el del cub, 8, 12, 6; i així en els altres casos.

—Aquí teniu representats els *únics* —va emfasitzar— cinc políedres regulars possibles. A sota de cada un hi ha el nom. L'únic nom que us pot sorprendre és el que hi ha dessota del cub —hexàedre. Podeu deduir perfectament la raó d'aquest nom. Convé que us els aprengueu de memòria i que mai no els confongueu. De fet, són fàcils, oi? Hi ha un criteri pnemotècnic clar. L'heu copsat? Si encara no ho heu fet, podeu buscar l'etimologia de les paraules gregues *tetra*, *hexa*, *octo*, *icosa*, i *dodeca*.

Em vaig distreure del que deia. Algú m'havia dit ja que només hi podia haver cinc políedres regulars. Potser havia estat el meu pare, potser aquell vell inventor amic de casa que ens visitava sovint, una d'aquelles tardes que hi jugàvem, a l'escalf del braser, tot construint-los. Però no recordava que ningú m'hagués donat cap raó d'un fet que, ara, em semblava sorprenent. Al cap i a la fi de polígons regulars n'hi havia tants com nombres naturals. D'on venia la diferència. Hi hauria de pensar...

—... el nom de cub és degut al fet que serveix per amidar els sòlids, per *cubicar-los*...

Jo continuava distret. El que deia la Quima no m'interessava gaire. Era un pagesot, amb aspecte d'home bo, amable amb tothom. Com a professor era excel·lent. Explicava amb claredat i —molt més important encara— amb tranquil·litat, una qualitat docent molt poc valorada. Sabia ensenyar com si res no l'apressés, però amb constància... I sempre donava una mica més del compte, un plus... És ben curiós que, amb aquella parsimònia, tingués temps de fer tot el programa. D'altres, molt més nerviosos i preocupats pel programa —«no tindrem temps de veure'l tot», deien—, sempre els quedava algun tema al calaix. Ell, en canvi, que gaudia donant una visió àmplia, completa, de cada tema, amb les mínimes llacunes possibles, fent-nos adonar de les qüestions col·laterals, sempre arribava a tot arreu. Li quedava temps per plantejar qüestions perquè les reflexionéssim nosaltres mateixos. I sempre se situava al nivell de l'auditori.

—A casa fareu, amb cartolines de colors diferents, ben llampants, els cinc sòlids. M'ho portareu el proper dimarts, a l'hora de classe. Copieu aquestes figures —i assenyalà la columna del mig—. Les aletes blanques serveixen per enganxar les cares.

Me'n vaig desentendre del tot. Ja ho sabia fer. M'intrigava la columna de la dreta. Què representaven aquells números? De primer no vaig ser capaç de copsar-ne el significat. Havien d'estar relacionats amb el políedre corresponent. Però, com? Mentre la Quima es desplaçava per veure si copiàvem els dibuixos que ens havia manat, em vaig adonar que el darrer nombre corresponia al nom del políedre. Era, doncs, el nombre de cares! Els altres dos devien ser els vèrtexs i les arestes. Mentre ho comprovava, la Quima va passar pel meu costat

i amb aquell to, un xic sorneguer, em va dir, fent-me retornar al laboratori.

—I vostè, senyor Gassiot, no els copia?

Jo, sorprès, vaig contestar:

—Ja ho sé fer... Ho he fet moltes vegades!

—Ah sí! Vostè és el que fa figures de paper i les canvia per llapis de colors...

Rialles. Em vaig posar vermell.

—Què escriu a la llibreta?

—Estava intentant descobrir el significat dels nombres de la columna de la dreta.

—Ho ha aconseguit?

—Sí! —vaig respondre-li ple d'orgull.

—Què representen? —em va preguntar.

—Designen, en aquest ordre, els vèrtexs, les arestes, i les cares.

—Molt bé! Aviam si és capaç de trobar una relació entre ells! Un gran matemàtic suís —he sentit dir que vol fer matemàtiques— va trobar una relació que els lliga. Es deia Leonhard Euler i va viure al segle XVIII.

Va ser la primera vegada que vaig sentir parlar d'Euler. Després, reprenent el fil de la classe, va dir:

—Que cada un agafi un cub. Aprendrem a determinar-ne els eixos de simetria.

El laboratori que, fins aquell moment havia mantingut el silenci dels recintes vells, silenci fet de polsim, amb aquella pàtina de qualitat que donen els anys ben emprats, es va veure pertorbat per una remor fortíssima,

pel xoc d'uns «tarugos» amb uns altres dins les capses, pels sorolls de les cadires en ser arrossegades cap enrere i també per algunes increpacions: «Aquest l'havia agafat jo!» «Deixa'm lloc!» «Passa-me'n un!» «No juguis més i dóna-me'!»

—Colloqueu el polze en el punt mig d'una cara i el dit del mig en el de la cara oposada. Ara, amb l'altra mà, gireu el cub, a poc a poc!, fins a col·locar-lo en la mateixa posició, però amb els vèrtexs canviats, permutats. Ho enteneu? Mireu-me! Ara el cub que tinc a la mà està així. El giro una mica. Quant? El cub s'ha mogut. Els vèrtexs s'han mogut. Se n'ha produït un desplaçament. Quants moviments cal fer per tal que el cub retorni exactament a la posició inicial? Qui m'ho pot dir?

En Puig, un company molt intel·ligent i ràpid, va dir:

—Quatre moviments! Cada un d'ells de noranta graus!

La Quima el va felicitar. Sempre ho feia. També en això era diferent. En lloc de retreure els errors, preferia elogiar els encerts.

—Molt bé! Ho havia fet abans?

—Sí —li va respondre amb sinceritat en Puig—. El meu pare és molt aficionat als minerals. Té una de les millors col·leccions! Bé, això és el que diu!

—Molt bé. Potser em podria dir quins són els altres eixos de simetria?

—Com aquest, n'hi ha dos més. El meu pare diu que són els *eixos quaternaris*, perquè el cub retorna a la posició inicial després d'haver fet quatre girs de noranta graus.

—Excel·lent!

Novament adreçant-se a tota la classe —la classe del cinquè E—, va dir:

—Ara, aviam!, qui és capaç de trobar un eix *ternari*? Vostè, senyor Puig, com que ja ho sap, no digui res.

I així, durant aquella classe i la següent, la Quima ens va ensenyar a distingir els polígons regulars, primer, i després els sistemes cristal·logràfics segons els eixos de simetria. El cub, per exemple, es podia representar pel fet que tenia tres eixos quaternaris, quatre de ternaris, i sis de binaris. Va dir que això es representava  $\langle 3E_4, 4E_3, 6E_2 \rangle$ . Sempre la meitat dels nombres de la tercera columna. Ens va proposar que trobéssim pel nostre compte els eixos de simetria dels altres quatre sòlids platònics. Ell va dedicar la classe als *cristalls* i no va tornar a parlar de sòlids platònics. Bé, això no és pas exacte. Jo no vaig aconseguir de trobar la relació eulèria, i un dia li ho vaig dir. Ell, mirant-me fixament amb aquella bondat immensa, em va ajudar:

—Ho pot fer. És fàcil. Només li diré una cosa: n'hi ha prou amb sumar-los i restar-los adequadament. Li ha de sortir sempre el mateix nombre enter: un nombre petit.

Encara no havia acabat de parlar que ja sabia la fórmula que «“tarugo” de mi» —ara diria «talòs de mi»— no havia sabut trobar tot sol: *cares més vèrtexs menys arestes igual a dos*.

Quantes vegades a la vida docent he recordat la figura i el tarannà del pare Julià, la Quima! Quan estudiava al col·legi de Sant Ignasi no em vaig adonar de la qualitat humana, intel·lectual i docent d'aquell home senzill que, a vegades, amb nostàlgia i enyorança, ens contava la seva infantesa. L'havia passat al costat de la dida, la Quima

autèntica, que va substituir-li els pares en aquells anys tan decisius de la vida.

Mai no m'havia passat pel cap, i als meus companys de cinquè E tampoc, que les seves aportacions al camp de la recerca podien haver estat notables. Ho descobriria molts anys més tard, quan la Institució de la Companyia de Jesús, va celebrar el centenari del seu naixement. A ell, el col·legi de Sarrià li deuria sempre el laboratori de ciències naturals que ell tan estimava. Recordo que la primera vegada que hi vaig entrar em va agafar una mena de suor freda. Les vitrines eren plenes d'animals monstruosos —una de les especialitats de la Quima, les alteracions i mutacions produïdes en l'òvul fecundat. Ovelles amb dos caps, micos bessons enganxats per l'espina, una au amb quatre potes... El lloc era fosc i vell. Els vidres de les vitrines no s'havien netejat des de feia anys. De fet, als anys quaranta i cinquanta la neteja i la higiene no eren tan esteses com ara. Però tot plegat conferia al laboratori-museu un aspecte esgarriós. Aquella obra, que nosaltres érem incapaços de valorar, era el fruit del treball i la constància d'aquell home, senzill i humil, la Quima. Nosaltres el vam conèixer quan ja era madur. Deuria tenir uns seixanta anys, i el col·legi l'usava de comodí. Quan faltava un professor, apareixia el pare Julià i ens explicava records d'infantesa amb la seva Quima, la de veritat. Així, ell suplia els professors que faltaven, com la Quima suplia els pares. Es va convertir, doncs, en la Quima de Sant Ignasi. Però jo, i em sembla que no m'equivoco si dic que també molts dels meus companys de cinquè E i molts d'altres cursos i anys, no l'hem pogut oblidar mai. I, mentre visquem, no l'oblidarem, concedint-li una vida més llarga, en el nostre record.

I els que, com jo, ens hem dedicat a ensenyar i hem reflexionat en les qualitats que ha de tenir un bon mestre, hem reconegut, potser massa tard, amb quina naturalitat la Quima les reunia i les aplicava, sense fer-ne mai cap mena d'al·lusió. El nostre record i tot allò que duem dins perquè ell ens ho va saber transmetre és, no en tinc cap dubte, el millor homenatge que li podem fer, perquè és el millor homenatge que hauria acceptat.

Quan el professor de matemàtiques, un d'aquells dos joves germans bessons —mai no els vaig poder distingir del tot—, ens va explicar les *permutacions* dels objectes d'una col·lecció, se'm va encendre una llumeta en aquella part reduïda del meu cervell on resideixen les intuïcions.

Els moviments que fem amb un cub, un tetràedre, o qualsevol altre sòlid platònic, és una permutació dels seus vèrtexs. Si, per exemple, els vèrtexs d'un tetràedre els anomenem  $\langle A, B, C, D \rangle$ , una simetria l'única cosa que fa és permutar-los, canviar-los de lloc. Així, un gir de cent vint graus al voltant del vèrtex  $A$ , ens proporciona la configuració  $\langle A, C, D, B \rangle$ . El vèrtex  $A$  no es mou, i els vèrtexs  $B, C$  i  $D$ , fan un corriment en la direcció del gir. Això em va suggerir una idea. Sabia —ho havia demostrat el professor de matemàtiques— que una col·lecció de quatre elements admet  $4 \times 3 \times 2 \times 1$  configuracions possibles diferents. Ara bé, el nombre de moviments del tetràedre coincideix amb el nombre de permutacions de quatre elements? Em va resultar fàcil convèncer-me que la resposta era negativa. Se n'obtenien exactament la meitat. Ara només calia veure si aquest fet es repetia amb el cub, i amb els altres poliedres regulars. Vaig te-



nir una sorpresa! No es repetia! De transformacions de vuit elements n'hi ha moltes:

$$8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1.$$

En canvi de moviments del cub en tenim tres de quaternaris, quatre de ternaris, i sis de binaris. En total vint-i-quatre. Ara bé, podem barrejar-los: fer-ne un de ternari i després un de binari; etc. Se n'obtenen de nous? I, si és així, en total, quants? Vaig intentar d'escriure-ho; dibuixar-ho. Em semblava que, de fet, en total només n'hi havia vint-i-quatre. Però finalment, sempre em perdia, i no aconseguia saber quants moviments diferents podia fer. Tanmateix em vaig convèncer que eren molts menys. La qüestió em preocupava i vaig decidir preguntar-ho al bessó que feia matemàtiques; l'altre feia física.

Un bon dia me'l vaig trobar per un d'aquells passadissos amples i alts, sobretot alts, amb el terra de quadrats blancs i negres col·locats al biaix que tant m'havien sorprès el primer dia que vaig entrar en un d'ells. Me li vaig dirigir tot decidit. Era un home tímid. Estava més incòmode que jo, mentre li explicava el problema que em preocupava. La seva resposta fou molt seca:

—Per què no comença amb els polígons regulars, els seus moviments propis i la composició d'aquests moviments? I després, generalitzi.

I va seguir el seu camí com si donés la qüestió per acabada. Jo, la veritat, de primer no el vaig entendre. Fins que no vaig ser a la *brigada*, durant aquella hora i quart de *permanència* —llarguíssima si no trobaves alguna cosa atractiva per fer— no hi vaig tornar a pensar. Aleshores vaig dibuixar un triangle equilàter  $ABC$  i em vaig adonar que també tenia eixos de simetria: el podia fer girar al voltant d'un eix que passés pel centre de gravetat  $G$ . També tenia tres eixos de simetria. Em vaig

entretenir a fer tots el moviments possibles i a anotar totes les configuracions diferents dels vèrtexs. Me'n van sortir sis, que són totes les permutacions possibles de tres elements:

$$\langle A, B, C \rangle, \langle A, C, B \rangle, \langle C, B, A \rangle, \langle B, A, C \rangle, \langle B, C, A \rangle, \langle C, A, B \rangle.$$

Els altres polígons regulars em van donar, en tots els casos que vaig mirar —el quadrat, el pentàgon, i l'hexàgon—  $2 \times n$  moviments possibles. En canvi, de permutacions de  $n$  elements n'hi ha moltes més:

$$n \times (n - 1) \times \cdots \times 2 \times 1.$$

Quina era la raó? Només vaig saber trobar-n'hi una: el lligam de les arestes. Dos vèrtexs d'una aresta s'havien de canviar en dos vèrtexs d'una altra aresta, però no podien abandonar mai aquest *lligam estructural* —imposat per l'estructura de la figura. Em vaig sentir molt satisfet, però no ho vaig saber demostrar. Amb tot, un cop vaig haver analitzat *totes* les composicions possibles dels moviments elementals, com m'havia suggerit el «profe» de «mates», vaig observar que les simetries *elementals* —els girs i les simetries— generaven tots els moviments possibles dels polígons regulars.

I, en el cas dels políedres regulars, què passava amb els lligams estructurals? Perquè, també ara, els vèrtexs d'una aresta havien de pertànyer a una nova aresta. El problema era saber si les cares també imposaven lligams estructurals. La veritat és que mai no ho vaig acabar de saber del cert. L'hora i escaig de permanència es va acabar i jo, inconstant com era, vaig oblidar completament el problema. No havia aconseguit intuir que, com en el cas dels políedres, n'hi havia prou amb els moviments *elementals*: els girs que ens havia ensenyat la Quima. N'hi havia tants com el doble d'arestes.

Ara que, en redactar la lliçó darrera de la meua vida, he tornat a recordar aquesta anècdota de l'època de l'escola, m'he dit, «mira si n'eres de talòs!». Si haguesis aprofundit més en aquest problema, potser, només potser, hauries aconseguit intuir un concepte matemàtic que, als anys de la meua adolescència, era ja ben conegut: «les simetries d'una figura geomètrica tenen una *estructura*». Però, què en sabia jo d'estructures? No en sabia res de res. Mai ningú no me n'havia parlat, i jo no vaig ser capaç de descobrir-les tot sol. Això era, de ben segur, tasca per a un gegant.

Dos o tres anys més tard, tot just entrar a la Universitat, quan tenia completament oblidats els sòlids platònics i els moviments que els deixen invariants, em vaig trobar que el professor de *Matemáticas generales* ens va explicar les *estructures elementals* més senzilles i, entre elles, els *grups* i els seus *subgrups*. Com a exemple vàrem estudiar el *grup de les permutacions d'un conjunt de n elements* i vàrem veure que aquest grup tenia sempre un subgrup: el de les *permutacions parelles*. Llavors que disposava del llenguatge idoni per tornar-me a plantejar el problema dels moviments dels sòlids platònics, no ho vaig fer. I així la oportunitat va passar. No vaig aconseguir veure-hi més enllà del meu nas! Em vaig quedar clavats a terra. No vaig ser capaç d'enlairar-me ni per mi mateix, ni enfilant-me damunt les espatlles dels gegants. Trigaria molts anys, massa anys, a flairar el que hi havia darrera del vell problema. Seria tot preparant-me un curs, però això ja és una altra història. I la flaire dels cims dels gegants, l'aconseguiria molt fugisserament quan vaig realitzar la tesi doctoral i d'altres petits treballs de recerca. Però això també és una altra història!



## Capítol 6

### Fracassos. . .

Vitam regit fortuna; non sapientia.

CICERÓ

Quan, sense cap mena de raó aparent, el vell vicari, mossèn Sissot, tan estimat a Bourg-la-Reine, fou retirat per l'edat i la manca de salut, i l'arquebisbat designà un mossèn, de nom Pélétier, nou vicari de la parròquia de Bourg-la-Reine, *monsieur* Bertholi s'adonà que quelcom estava canviant. Feia poc que s'havia entronitzat un rei nou, Charles X, i havia caigut el ministre Martignac —home prudent i conciliador, que havia intentat que la monarquia respectés alguna de les conquestes populars. Semblava —aquest cop sí!— que havia arribat el moment de la venjança, però necessitava ajut perquè ell era massa vell i estava malalt.

Tan bon punt conegué el jove mossèn s'adonà que en seria l'artífex. Només calia aprofitar el zel d'aquell marrec presuntuós, massa immadur per exercir el ministeri que li havien encomanat, massa inexpert per reconèixer les

ferides que uns i altres havien sofert. Ell, massa jove, encara no en tenia de cicatrius i, talòs com era, no podia comprendre el significat de les cicatrius en la pell aliena. No era capaç de veure-les. En l'exercici del ministeri era rígid. Això —era quelcom que havia après al llarg de la vida— li seria favorable. La rigidesa amaga sempre alguna mena de debilitat —en el caràcter, en la formació, en la comprensió, en la sensibilitat, en la compassió. Era un defensor fervorós, gairebé ferotge, de la doctrina i la moral més estrictes. I del dogma, en el vessant més coercitiu, menys alliberador de l'home, menys dignificador. Tot just instal·lat —què n'hauria dit mossèn Sissot?— va imposar rituals religiosos d'allò més estrictes. No trigà gaire a trobar-se enfrontat amb famílies catòliques, com ara la família Arnaudiés, i amb famílies liberals i republicanes, com ara els Demante i els Galois. Tot això era molt convenient per a *monsieur* Bertholi.

Pélétier era un ésser nerviós, feble de caràcter, i molt obsessiu. Aquestes dues facetes, juntament amb la vanitat que l'impedia demanar consell, el podien portar a trair la seva missió, convertint-lo en un judes. Incapacitat per comprendre el sentit pregon de la caritat, no li costaria gaire vendre, per no res, —fruit de la vanitat i de la mesquinesa—, allò que hauria hagut de defensar amb més zel, el tresor més valuós: la dignitat de cada un dels seus feligresos, i la llibertat per decidir-ne el destí. De nas aguilenc. Prim, gairebé famèlic. Els àpats regulars del seminari no havien aconseguit que el seu cos oblidés la gana que havia passat, d'infant, a casa dels pares. El seminari—aquell internat presó— havia estat un lloc d'acolliment i d'aixopluc. A Bourg-la-Reine ningú no va saber mai —ni *monsieur* Bertholi— la seva procedència. Tampoc ningú no va saber el paper que havia jugat *monsieur le préfet de police*, Guisquet, en el

seu nomenament. Potser *monsieur* Bertholi l'arribà a sospitar. De tant prim com era, semblava alt però, de fet, era baixet.

Necessitava demostrar la seva vàlua. Sabia —ho havia copsat moltes vegades amb vergonya— que ni els companys seminaristes, ni els mestres, ni els superiors, no n'esperaven res, d'ell. Necessitava demostrar-los com n'estaven, d'equivocats. Sempre havia tingut una gran habilitat per imitar els altres, tant en la manera de comportar-se, com de parlar, o d'escriure. Si hagués estat més astut, hauria copsat que l'havien triat a ell —ple de limitacions i defectes, poc afectuós—, per substituir mossèn Sissot —un home entranyable i estimat— per alguna raó concreta. Deixar òrfens els lliurepensadors de Bourg-la-Reine de tota empara de l'Església. Mossèn Sissot era respectat pels liberals i republicans més anticlericals. Això havia de canviar. Havia arribat el moment. El jove vicari no ho arribà a saber mai, però hi contribuí molt efectivament.

Estava satisfet del seu destí. La Providència s'havia fixat en ell, no els seus superiors. I no la defraudaria. De seguida va pensar que podria ser útil col·laborant —de forma clandestina, però decidida i inexorable— amb els ultres. Calia contrarestar els liberals i republicans. Il·lús com era, no s'adonà que aquests pensaments li havien estat filtrats pels ajudants de l'arquebisbe que havien parlat amb ell, en diverses ocasions, abans d'enviar-lo a la nova destinació. Tampoc no era capaç d'analitzar la visita que li havia fet *monsieur* Guisquet, tot indicant-li que es posés en contacte amb *monsieur* Bertholi —home culte i piatós—, amic seu, per transmetre-li les seves salutacions. Li havien dit, sense fer-hi gaire èmfasi, que, amb les seves plàtiques i amb la seva actitud, acon-

seguira —qui ho podia dubtar, d'un home com ell?— que molts feligresos de Bourg-la-Reine, desgarrats pels mals exemples de la Revolució i dels republicans, tornessin al camí de la Veritat, i que molts altres el descobrissin, abandonant el pendent de les idees anihiladores dels darrers anys.

A tots els qui el volien escoltar, els repetia que «els homes no els cal cap altra llibertat que la que els porta a posar el seu destí en mans de la misericòrdia i bondat divines, ni cap altre coneixement que el revelat, contingut a la Bíblia i als ensenyaments de l'Església». La Providència l'havia destinat a una parròquia que necessitava ser redimida. I ell, cada nit, en donava gràcies a Déu. No fallaria. Seria l'artífex d'aquesta redempció, com a humil Crist que era.

Tan bon punt el va conèixer, *monsieur* Bertholi s'adonà que el nou mossèn l'havia enviat el seu amic *monsieur* Guisquet. També es va adonar que, si actuava amb astúcia i subtileza podria atreure'l als seus objectius. Havia de deixar, però, que, vanitós i superficial com era, pensés en tot moment que era ell qui prenia les decisions, unes decisions que li eren dictades per la Providència. Així aconseguiria que fes exactament el que ell volia, tot deixant-li creure que ho havia decidit tot sol. També va comprendre que, per a mossèn Pélétier, tots els mitjans foren bons si servien per conduir el ramat cap allà on ell havia decidit que es trobava el reialme diví. Sempre havia estat subtil jutjant la gent, i això li havia servit en moltes ocasions per aconseguir els seus objectius, no gaire nets. N'estava ben convençut. *Monsieur* Gisquet no li podia haver enviat un aliat millor. La missió que s'havia de dur a terme era delicada. Ell, cada cop més



malalt, ja no duraria gaire temps i no la podria executar. Li calia un aliat incondicional que no sabés què se li estava exigint.

Li va fer creure que l'havia encisat amb la seva fe, honradesa i conducta cristiana. Havia aconseguit que el jove mossèn s'inflés com la granota que volia semblar un bou. Li va fer creure que ell, *monsieur* Bertholi, un home d'alcúrnia de Bourg-la-Reine, ric i influent, s'havia sentit atret per la seva missió. *Monsieur* Bertholi, un d'aquells dies que es trobaven a la *seva sagristia* estudiant, com a conspiradors, estratègies d'acció —què calia fer, què era convenient dir, què volien aconseguir, qui calia blasmar públicament els diumenges des del púlpit, qui exhaltar, qui calia comprar, qui enganyar, qui corrompre— li va dir:

—Digueu-me *monsieur* August.

No en tenia cap dubte. Ho sabia ben del cert. El pobre mossèn es deia a si mateix: «M'he guanyat *monsieur* August. En ell tindrè un soldat valuós».

—Pobre illús —pensava *monsieur* Bertholi—. És tan fàcil convèncer els homes de poques llums que creuen que en tenen moltes! És tan fàcil convèncer-los d'allò que volen ser conveçuts!

Sempre elogiant-lo —a vegades, li costava un gran esforç— li havia anat infiltrant les pròpies idees. Li deia allò que volia sentir d'ell mateix, per després fer-li creure que també sabia què calia fer.

—Sereu, millor dit, sou l'inquisidor dels anticlericals, l'apòstol de la Restauració —li digué un dia, quan feia poc temps que era a Bourg-la-Reine—. Jo us hi puc ajudar, si ho creieu oportú. No pas per les meves pròpies qualitats que no són, ni de bon tros, com les vostres,

sinó gràcies als vostres suggeriments i consells. Tanmateix però, fa molt més temps que vós que visc aquí i conec els vostres enemics i, molt més important encara, els seus caps.

—Això és cert! —reconegué mossèn Pélétier. De fet, ell era incapaç de reconèixer els autèntics oponents—. Us agrairé que m'ajudeu en la meva escomesa. De fet, no és pas meva; m'ha estat confiada per la Providència, i Ella us ho premiarà adequadament.

Havia arribat ja el moment de sembrar la llavor. Un cop colgada, fructificaria sola. El terreny era ple de fems.

—Hi ha *citoyens* que no és possible comprar, ni tampoc corrompre. Els heu d'aniquilar, com ja deveu haver notat, molt subtilment. Amb paciència, minant-los físicament, moralment i políticament.

—Amb paciència?

—Exactament, vós ho acabeu de dir, amb paciència, molta paciència... i temps. I també amb molta subtileza...

—Sé perfectament a qui us referiu! Us referiu a...

—Naturalment!, a *monsieur* Gabriel Galois, i tota la seva família.

—Amb *monsieur* Galois, no n'hi ha prou? —no pogué evitar de preguntar.

—Ben certament que no! Vós sabeu molt millor que no pas jo que cal que l'ensenyament retorni a l'Església, als jesuïtes. També aquí a Bourg-la-Reine. Cal que La Companyia es faci càrrec dels centres educatius més importants de París i les seves rodalies... La institució dels Galois és un fòrum de formació de joves. Els seus

pares els abandonen a la institució, com si fossin orfes. Els Galois s'aprofiten d'aquesta orfandat, i els obliguen a creure en les seves idees...

—Mmmm! —féu mossèn Pélétier que necessitava que *monsieur* Bertohli seguís l'exposició però sense donar mostres d'un interès excessiu.

—Heu d'evitar-ho! Però cal que tingueu en compte que tradicionalment la institució ha passat de pares a fills. No fa pas gaire anys —ho recordava com si fos ahir— va passar del vell Galois al seu fill Gabriel, i quan aquest sigui gran passarà, no ho dubteu pas, al primogènit. Hem d'impedir-ho com sigui...

—És un nen! Creieu que pot ser un perill...

—Per ara potser no! —es frissava—. Però el temps passa de pressa. Demà, qui ho pot saber? No heu de córrer cap mena de risc. La vostra missió és massa excelsa per córrer riscos. El millor és aniquilar la planta sencera, amb les arrels i les llavors si no volem que es reproduïxi. Però, què us haig de dir jo, oi?

La iniquitat creix amb facilitat als cors dels homes corruptes, i el jove vicari era un home corrupte, corromput per la pròpia vanitat. En ell, la iniquitat creixeria de pressa. Però *monsieur* Bertholi, massa vell, massa maltal, s'havia d'assegurar que tants i tants anys d'espera, d'odi i rancúnia, trobarien en el vicari l'artífex de la seva venjança. Per això caldria insistir-hi un cop i un altre cop. No sabia però gaire bé com aconseguir-ho. Li feia falta un expert que l'ajudés a trobar un camí per vèncer *monsieur* Gabriel Galois. Algú que, encara que ell no hi fos, aniquilés la família d'aquest. El seu amic Guisquet era l'home que necessitava!

Se sentia fracassat. *Monsieur* Laborie l'havia rebut amb fredor, amb prevenció. Coneixia la raó que l'havia dut tan inesperadament, o potser no tant, a Louis-le-Grand. Ni ell ni l'Adélaïde no podien comprendre les raons de la carta que havien rebut feia ben pocs dies.

La carta era breu, i contenia unes paraules ben subratllades que contrastaven amb l'opinió que ells en tenien, del seu fill:

...els coneixements i la intel·ligència creixen amb l'estudi, però la claredat de judici s'aconsegueix amb la maduresa...

En definitiva, el seu fill no estava preparat per «passar a la classe de Retòrica». La decisió —comprengien que podia molestar els pares— s'havia pres pensant en el futur del fill. «S'ha pres per evitar-li un fracàs més gran, que és amb el que s'hauria trobat en el cas que volgués seguir sent un dels millors estudiants del col·legi».

Relament era incompreensible. L'Évariste, com mostaven les qualificacions que li havien atorgat els professors durant els dos cursos que havia fet al Louis-le-Grand, era intel·ligent.

Era, de molt, un dels millors estudiants amb què contava la institució. Molt superior, en tot cas, a alguns dels alumnes que havien passat a Retòrica sense cap mena de problema. *Monsieur* Galois sabia que la direcció de l'escola era conservadora —sempre ho havia estat—, però això no justificava la decisió. Creia en la llibertat de pensament i estava convençut que, malgrat la diferència d'opinió política, *monsieur* Laborie respectava aquest dret inqüestionable. De fet, *monsieur* Galois sempre havia estat massa confiat en la bondat de la condició humana.

—Comprenc la seva preocupació com a pare —li digué *monsieur* Laborie. Estaven asseguts l'un davant de l'altre en aquell despatx ja fred, malgrat que tot just havia començat la tardor, impersonal, amb reixes a la finestres—. Però vostè ha de comprendre la nostra com a professors, responsables de la formació del seu fill.

És que potser el volia renyar? Li feia algun retret per tots els anys d'abandó? Va sentir com una punxada. Però no, no era això. No podia ser això. Tot eren imaginacions... Darrerament sentia, massa sovint, l'angoixa que produeix la culpabilitat.

—... Nosaltres li hem dedicat tota la nostra atenció. El coneixem molt bé. En l'aspecte educatiu, potser millor que vostè!

—Perdoni, *monsieur* Laborie. El nostre fill, i li parlo en nom propi i en nom de la meva esposa —replicà tocat—, és una persona molt qualificada. Molt més que d'altres companys seus. És molt madur! Sempre ho ha estat! Aquesta maduresa li ve de la formació que durant anys li han donat la seva mare i el seu avi, el jutge Demante. No és possible que hagi minvat amb els ensenyaments rebuts a la seva institució. Ben al contrari, estem convençuts que ha augmentat...

—Em sembla que vostè, i és comprensible, atribueix maduresa d'esperit a un enginy despert, fruit de la intel·ligència. Però, per a nosaltres, la maduresa és una cosa ben diferent!

—Miri, *monsieur* Laborie, aquesta discussió no ens porta enlloc. Vostè no està disposat a acceptar els nostres punts de vista, i nosaltres no acceptem el seus. Com a pares de l'Évariste, no estem disposats a acceptar que l'impedeixin l'entrada a la classe de Retòrica.

Gràcies a la seva determinació, havia aconseguit allò que volia. No havia convençut a *monsieur* Laborie, però havia evitat que l'Évariste repetís. Se sentia, malgrat tot, fracassat. Sabia que darrere les raons aparentment acadèmiques de *monsieur le directeur* hi havia quelcom més. *Monsieur* Laborie era un protegit de la Congregació i l'Évariste era fill d'una família, la Galois-Demante, que s'havia significat per la seva fidelitat a la República.

Va tornar a sentir aquella punxada de culpabilitat tan familiar. No volia pensar que la seves activitats polítiques podien afectar el futur del seu fill. No volia creure en la maledicció del pecat original que fa que els fills hagin de carregar, de forma inexorable, damunt les seves espatlles els efectes —la culpabilitat— de les decisions dels pares de les quals, en cap cas, no són responsables.

A la fi del primer trimestre, el professor de Retòrica, *monsieur* Desforges, un home que sabia copsar les qualitats dels seus deixebles, va escriure «Évariste estudia amb zel», «la seva conducta és bona». I, malgrat tot, afegia, «la seva ment encara és immadura i no està capacitada per seguir la classe de Retòrica». Aquesta anotació, imposada molt probablement per *monsieur le directeur*, donava ales a *monsieur* Laborie, que indicà a la família Galois, que no podia contradir les decisions dels docents del centre. A la vista de l'opinió de *monsieur* Desforges, compartida també per d'altres membres del cos docent, *monsieur* Évariste Galois havia de repetir, sense apel·lació, *sécond*.

Creient que l'efecte de l'expulsió fóra molt més negatiu per a Évariste, «massa tancat en ell mateix», que no pas el fet d'haver de repetir *sécond*, van cedir. Potser no ho haurien fet si haguessin conegut les limitacions de *mon-*

*sieur* Laborie, massa gran per dirigir un Lycée, limitacions que ell mateix havia posat de manifest, pocs dies abans, al ministre d'Educació:

Els alumnes no tenen cap mena d'esperit religiós. Els pocs que conserven la fe s'avergonyeixen de fer el Senyal de la Creu per temor de l'escarni i les riotes del company. Res no els és sagrat. Tenen el cor i l'esperit dels salvatges. La impietat es troba en una situació extrema, i res no fa pensar que aquest fet millori. Els professors donen mal exemple, no assistint a la capella amb la regularitat que caldria esperar-ne. Els seus pares els donen un pèssim exemple, excitant la imaginació dels fills, encara masa tendra, i inspirant-los sentiments de revolta, amb un discurs continuat contra l'orde notable dels jesuïtes, i sobre el perill que suposa el predomini de l'Església. Els jesuïtes són l'argument més popular. Com podem avançar amb joves convençuts que la seva actitud de revolta troba en els progenitors l'aprovació més completa?

Cap preocupació per la millora de les condicions físiques i pedagògiques del centre, ni dels professors i estudiants. Si *monsieur* Galois, el batlle, el polític, hagués conegut l'escrit, de ben segur que no s'hauria sentit tan culpable, tan fracassat. Tampoc no s'hi hauria sentit si hagués pogut saber que el destí encara no ho havia dit tot. Encara li tocava jugar les seves cartes a favor d'Évariste. La propera carta que sortiria de la baralla, ben inesperada, faria que la vida li canviés completament.

*Monsieur* Guisquet i *monsieur* Bertholi tot just acaben de sortir de la sagristia deixant-lo sol, amb una certa ràbia i, quelcom molt més greu, quelcom que menysprea

sentir, una mena d'impotència. Sembla que el poder i la influència dels Galois s'ha tornat a imposar. I, a la seva sagristia! No ho toleraria! Actuaria!

El lloc sembla pensat per a la conspiració. És estret i rectangular, ple de mobles de fusta i de tapissos plens de pols. Com en tantes altres sagristies, gairebé tots els mobles són calaixeres. Els calaixos guarden els ornaments sacerdotals —casulles feixugues i barroques, amb brodats farragosos fets de fils daurats gruixuts i de pedreries de tota mena, amb estoies i manípuls que hi fan joc; les albes, que haurien de ser blanques com la neu, esgrogeïdes pel temps, emmidonades per les germanes, reposen com mortalles; el amits, també amb un punt de midó, i els cíngols, de tota mena. El moble de la paret del fons és molt més petit, completament corcat i ple de serradures —també n'hi ha a terra formant petites muntanyetes— i cops. En contrast, l'interior és ple d'autèntics tresors —és difícil explicar-se perquè no han estat expoliats pels *sans-culotes* durant els dies més sagnants i violents de la Revolució, com en tantes altres esglésies d'arreu de França. Calzes, copons, algunes colleccions de canelobres, dues custòdies senzilles —de diari— i una digna de la magnificència d'un rei, dos encensers, vinagreres, atrils de sobretaula, un hisop i, curiosament, un bàcul. És impossible fer una descripció de la magnificència d'aquests estris sagrats. En un calaix hi ha diversos missals, tots ells curulls de lletres majúscules, acompanyades de dibuixos adequats, dibuixades a mà. D'un racó ens arriba la flaire de l'encens en gra.

Les parets són cobertes de tapissos, completament descolorits i arnats. Els motius s'hi repeteixen, oferint en conjunt un sermó ben confegit i complet. El tapís de



la paret del fons —la que mira al sud— representa l'Anyell de Déu immolat a l'ara del sacrifici. L'encercla una llegenda, en llatí, de lletres d'or, formant una sanefa «*Agnus Dei qui tollis peccata mundi*». Els tapissos de les parets oriental i occidental es miren com si es repetessin, insolents. El de la paret est, damunt la petita porta d'entrada —l'únic orifici de la sagristia, que no té finestres,— conté un pastor d'esquena, que mena un ramat d'ovelles. A sota s'hi llegeix, sempre en llatí: «Jo sóc el pastor, i vosaltres les ovelles. Si em seguïu no us perdreu. Si em seguïu, no heu de témer res». El d'enfront és com l'altre, però un xic més descolorit encara i força malmès per la humitat. El dibuix representa una gruta. A la porta hi ha un gegant amb una ferida al front. Algú li ha cremat l'únic ull que tenia. Amb el seu cos monumental barra el pas a un petit ramat d'ovelles, proporcionades a la mida del gegant, que van passant per sota les seves cames monumentals —són com dues columnes dòriques. El gegant, abans de deixar-les sortir, les palpa per convèncer-se que ningú no surt en elles. Arrapats a les panxes hi ha guerrers àtics. La llegenda, en grec, és breu: «No som ningú».

En conjunt, la sagristia és claustrofòbica. Un cop dins, t'envaeix l'angoixa. Quan la porta és tancada, hom podria pensar que ja no en sortirà mai més. El recinte respira nostàlgia. De fet, és una autèntica ruïna del passat. El significat dels tapissos acreix la petitesa de l'home davant Déu. L'un recorda la naturalesa gregària de la humanitat que necessita un pastor, mentre que l'altre mostra el gegant —un Goliat— vençut per l'astúcia dels humils —imatges de David. Són tan humils que no tenen nom. No són ningú. I aquesta paradoxa és presidida per l'Anyell, que ho veu tot i regna damunt l'univers creat.

La paret del Sud, trencant el conjunt, i alhora enfortint la impressió d'angoixa, conté una gran creu de fusta fosca, nua, sense cap Crist ni cap inscripció, però amb els forats dels claus de les mans i els peus. Quantes vegades, en processó, no havia recorregut els carrers de Bourg-la-Reine. Però, des de la Revolució fins l'arribada de mossèn Pélétier, ha estat reclosa en aquesta petita cel·la. Ell l'ha tornat a fer sortir als carrers deixant, a la paret bruta de la sagristia, la silueta blanca d'una creu. Les parets estan abandonades, amb la pintura escrostonada arreu, i completament enfosquides pel fum de les espelmes i l'encens.

El sostre —massa alt per poder ser contemplat amb claredat en la foscor de la sagristia que s'illumina només amb la flama titil·lant i fumosa d'una torxa situada al costat de la porta— és de guix nu, ple de sutge.

El vicari, ple de ràbia i d'impotència, mira el terra irregular, que demana una neteja profunda i una restauració rigorosa. Com és possible aquest abandó d'un lloc tan original, tan ple de significat i d'història? Ningú no s'ho ha preguntat? De fet, a mossèn Pélétier no el preocupa. Ni se n'ha adonat.

No acaba d'entendre què és el que ha passat. Les paraules li retronquen a les orelles i al cervell.

—Jo no puc actuar directament —havia dit taxativament *monsieur* Guisquet—. Si ho fes amb els meus mètodes, només aconseguiria un màrtir de la causa republicana i perdriem el suport de molts notables de la vila que, malgrat ajudar-nos, l'aprecien.

Però ell és el pastor. Li correspon a ell, i no a *monsieur* Guisquet, conduir el ramat. No pot sotmetre's a les intrigues i prudència dels polítics. Li cal actuar.

—La seva autoritat no té res a veure amb la meva. La meva força ve d'Ell, que és qui me l'ha donada. La vostra us ve dels homes —li digué infatuat mossèn Pélétier.

Guisquet no el podia suportar. Es dirigí a *monsieur* Bertholi, i li suggerí:

—Potser vostè li farà entendre de què estic parlant. Estic parlant d'actuar des de Bourg-la-Reine, amb astúcia. Cal aconseguir que els conciutadans el menyspreïn. Cal que damunt les seves espatlles caigui un gran sentiment de culpabilitat i d'impotència. Faci-li-ho entendre!

I, des de la porta, afegí

—L'esperaré a fora! —i abandonà la sagristia sense acomiadar-se d'ell, que era l'amfitrió. Però, qui es creia que era!

S'havien reunit clandestinament a instàncies del poder de París. Això és el que els havia dit *monsieur* Guisquet, quan s'havia reunit amb ells a la sagristia. *Monsieur* Guisquet mai no confiava els seus afers a les cartes. Massa perilloses! Els encomanava als fidels, o se'n preocupava personalment. I en aquesta ocasió —hi havia involucrat el seu amic Bertholi— va voler cuidar-se'n personalment. Els reialistes començaven a reprendre el poder, i no podien permetre que els més radicals, àvids d'una venjança massa temps soterrada, actuessin pel seu compte i posessin en perill la consolidació d'aquest poder i el control polític de França. Ja actuarien amb tota rotunditat quan l'ocasió fos propícia i el moment polític ho aconsellés. Però, res de precipitacions! Res d'errors! Els reialistes sabien que a Bourg-la-Reine hi havia mossèn Pélétier i que, si no el lligaven ben curt, podia ser un perill. Sabien que el *maire* de Bourg-la-Reine era un enemic de la Restauració i alhora un personatge molt

estimat. Sabien que podien comptar amb el seny i la cautela de *monsieur* Bertholi. Era astut i ben considerat pels republicans de la vila. Sabien com n'era de difícil desacreditar homes rectes com *monsieur* Gabriel Galois. Sempre fidel a les idees en què creia, s'havia fet mereixedor d'una gran estima per la seva qualitat moral, per la seva honradesa, per la capacitat de respecte a les idees dels altres, i per una incorruptibilitat indiscutible. Només amb la seva desaparició se'ls faria el camí més planer. Sabien que només se'l podia anihilar si hi havia un motiu clar, o accidentalment en una revolta armada, o en una manifestació cruenta. Sabien que fins i tot en aquests casos la seva mort els podia ser contraproductent, explotant-los a la cara. Podrien nomenar un batlle dels seus, però alhora podrien perdre el suport de molts *citoyens*. I això no ho volien pas. Tot això ho coneixien els reialistes parisencs i també *monsieur* Guisquet, però aquest sabia de l'odi que *monsieur* Bertholi tenia als Galois, un odi somort —l'odi més perillós de tots. I aquest odi s'havia de transpassar al jove mossèn. Però, com aconseguir-ho? Potser menyspreant-lo!

*Monsieur* Guisquet era un home baixet, una mica gras. Semblava mancat de personalitat. La seva cara era fofa, com si fos incapaç de manifestar cap mena de sentiment. Els ulls li lluïen amb una llum apagada, freda i profunda, que recordava els ulls del besuc quan ja és mort de fa estona. Però tots els qui, en alguna ocasió, s'havien enfrontat amb ells, havien comprès, aterrits, en veure la mirada que els dirigia, que estaven vençuts, condemnats sense esperança. Sempre vestia de fosc. Anava més aviat deixat, però no excessivament. Caminava amb parsimònia, com si res no l'apressés. Educat en les maneres —un fet que l'havia ajudat en moltes ocasions— enganyava a molts que el creien dels seus i l'apartava

d'altres que el consideraven fill d'una família de burgesos. Mai no s'estava gaire temps en un mateix indret. Fins i tot, a París, tenia un petit llogaret —un despatx mig secret— on es refugiava sovint, i on només rebia els més íntims, o els que ja no ho podrien contar. Quan un vilatà es creuava amb ell, creia que era un funcionari gris —potser, de la *poste*— recentment destinat al poble, de vacances, o de pas.

Mentre esperava a l'Església deserta, fosca i freda, que *monsieur* Bertholi sortís de la sagristia, aquest intentava apavaigar el jove vicari que estava ben enrabiàt.

—Estem ben servits —cridà— si aquesta és tota l'ajuda que podem esperar de París. Estem ben servits! No ho creieu així, *monsieur* August?

*Monsieur* Bertholi, evitant mostrar ironia, li respongué:

—Ha vingut a ajudar-nos de la millor manera que sap. L'han enviat per a això. Ho heu d'haver comprès. Sou despert i no us pot haver passat per alt. Ens ha vingut a dir que la venjança ens la deixen a nosaltres...

Sentí una d'aquelles punxades de dolor, al ventre, com ganivets de vidre clavant-se a la carn viva.

«Ara no! No puc demostrar cap mena de debilitat davant aquest talòs», es digué a si mateix.

—Et deixa la venjança a tu... Jo ja soc massa vell. Recorda-ho: «La venjança és meva». Tu ets l'instrument. Has de trobar la manera...

—Meva? —se li escapà al mossèn, que se'n penedeix de seguida.

—... Però de manera, com diu *monsieur* Guisquet, només n'hi ha una.

Mai no s'havien dit pel nom, ell i *monsieur* Guisquet. Així evitaven que algú s'adonés de la profunda amistat que els unia.

—Sí! Sí! Teva. Tu la pots dur a terme, la difamació! De fet, no serà una autèntica difamació perquè *monsieur* Galois, amb la seva vida i idees, es difama a si mateix.

—La difamació! —Estava completament desorientat.

—Pots imitar aquests ridículs poemes que tant li agrada d'escriure a *monsieur* Galois en els batejos, matrimonis, comunions, enterraments, ..., tot convertint-los en versos que difamin, insultin, diguin en veu alta els vicis i brutícies que tothom sap i diu en veu baixa, quan murmura. Tu, per confessió, n'has de saber molts!

—Per confessió? —Cada cop estava més perdut. No entenia el raonament de *monsieur* August.

—Sí, home! Per confessió! Si algú ha comès adulteri pots fer un vers que l'acusi, imitant l'estil dels poemes de *monsieur* Galois. Que tothom a Bourg-la-Reine ho sàpiga. Anònims, és clar! Quina ironia, no et sembla, usar la mateixa arma amb què durant tots aquests anys s'ha fet estimar per tants i tants ciutadans! Farem que allò que ha fet que tothom l'estimés, faci que tothom l'odiï i el menyspreï.

Finalment està sol. Li cal reflexionar. Tot ha anat massa de pressa. Encara no ho ha paït. Alça la mirada al Crist que no és al crucifix i jura que no parará fins haver eradicat de la parròquia, de la vila, tots els anticlericals i les idees que defensen, contràries als ensenyaments del Mestre, de la Bíblia, i de l'Església. Ell és el pastor. Se li ha encomanat dur el ramat pel camí de la Veritat i de la Vida eterna, el camí que el fill de Déu, havia marcat amb la seva sang. No pot permetre que els llops, vestits

amb pell d'ovella, engolleixin les ovelles del seu ramat per a la causa republicana, liberal i anticlerical. I *monsieur* Gabriel Galois és el cap de la camada dels llocs. Agnòstic, descregut i, molt pitjor que tot això, liberal i republicà. Disfressa amb el ropatge de la defensa dels drets i la dignitat de l'home, la seva campanya contra la Fe i la Veritat de la qual ell és el ministre. Cal parar-li un parany. Cal que allò que s'ha considerat com una virtut esdevingui ara el pitjor dels defectes. La paciència no és el seu fort. El Crist, que ha donat la vida per les seves ovelles, no pot esperar indefinidament. Cal que algú actuï en nom seu. Ja veuran *monsieur* Bertholi i *monsieur* Guisquet —els menysprea per la seva cautela— de què és capaç. És que potser —allà al seminari— no li havia servit moltes vegades la seva habilitat d'imitador.

*Monsieur* Bertholi s'ha acomiadat de *monsieur* Guisquet. Li ha dit

—Us en podeu anar tranquil. *Monsieur* Gabriel està acabat. El mossèn se'n cuidarà. Té el cor esquifit i això el fa un malvat. —Sent una altra d'aquelles punxades que cada cop són més freqüents—. Em preocupa que, un cop aniquilat *monsieur* Gabriel, el jove Évariste no ocupi el seu lloc.

—Entenc el que voleu dir. —Mai els havien calgut gaires paraules per entendre's—. No us preocupeu, estimat amic, jo me n'ocuparé personalment.

De camí cap a casa, li torna el dolor. Sap que no tornarà a veure *monsieur* Guisquet. Però no li ho ha volgut dir. Per què, si no hi pot fer res? Només podria sentir-ho, i ell no en vol, de compasió. Ara, amb la promesa del seu amic, està molt més tranquil. Ja no li importa morir. El doctor de l'Hôpital Couchin li havia etzibat molt clar:

—No viurà gaire. No hi podem fer res... Massa tard... Potser si hagués vingut la primera vegada que va sentir els dolors... Potser...

—De quin temps dispo? —li havia preguntat. De fet, ja no l'importava gaire.

—Menys de tres mesos. Potser, dos, dos i mig...

S'havia d'apressar si volia deixar l'herència del seu odi en aquell cor mesquí. No podia morir sense tenir garanties que la seva venjança tindria lloc. Ara, però, està segur que el jove vicari es cuidarà de difamar *monsieur* Galois, i que això el portarà a la destrucció. També sap que el seu amic és home de poques promeses, però que sempre les compleix. El noi està llest. Si no sentís tant d'odi, hauria sentit pietat pel jove Galois. *Monsieur* Guisquet és enormement perillós i pot ser molt cruel.

Oh destí, que a voltes permets que els homes trobin el seu camí! Com sabies que calia que Évariste repetís *deuxième*? Que li calia estudiar el curs de *Mathématiques préparatoires* amb Jean-Hipolyte Vernon, conegut amb el sobrenom de Vernier? Que, precisament aquell any, Vernon decidiria usar el llibre d'Adrien-Marie Legendre, *Éléments de Géométrie*? Com sabies que la seva lectura despertaria en Évariste la passió, el zel, i la intuïció que el portaria a ser un gegant? Que amb pocs dies aconseguiria allò que tants anys d'humanitats no havien aconseguit del tot? Potser, ni tu mateix, oh destí, no ho sabies. Potser només ets atzar! I, com a simple atzar, permets que es doni l'inesperat, l'extraordinari, el miracle! Perquè esdevingué un miracle, no ho dubtis pas. En els dos anys en què el jove Galois va repetir sota la tutela de Vernon, va descobrir les matemàtiques



i els grans matemàtics de l'època: Adrien-Marie Legendre, Joseph-Louis Lagrange, Leonhard Euler, Sylvestre Lacroix, Carl Friedrich Gauss, entre molts d'altres.

Oh destí, com t'ho fas per aconseguir aquestes ironies? Vas permetre que Évariste repetís *deuxième* per tal que madurés en humanitats i, un cop passat l'any de maduració, estigués preparat per fer Retòrica. Però, oh ironia, vas aconseguir el contrari. Despertar un gegant adormit, un gegant matemàtic.

I curiosament, quan finalment va passar a Retòrica, el seu professor *monsieur* Desforges fou l'únic que s'adonà que la larva s'estava convertint en una papallona, i que aquesta podia arribar a ser molt esplendorosa.

Gasta tots els esforços en l'exercici de les matemàtiques. Per això, la meva opinió és que cal comunicar-ho als seus pares per tal que facin tot el que sigui possible perquè el jove estudiant, Évariste Galois, pugui esmerçar totes les seves energies en aquesta matèria. Aquí només perd el temps i irrita els professors, que es veuen obligats a castigar-lo contínuament.

Quina visió més acurada, la de *monsieur* Desforges! Per què ningú més s'adonà d'aquest fet? Com és que els seus pares no hi van parar esment? És que potser no els va arribar la indicació de Desforges? Tan dur era el cor de *monsieur le directeur*, que no els ho comunicà? És que, potser ells ja no tenien confiança en les opinions dels professors de Louis-le-Grand? No ho sabem!

I tu, professor Vernier, per què no te'n vas adonar? No era a les teves classes que Évariste llegia les obres de Lagrange, mentre tu li explicaves, per segona vegada, qüestions que ja creia assimilades? No vas veure com devorava les obres d'Euler, com s'apassionava amb Gauss?

No vas entendre que el jove Évariste —massa jove per caminar tot sol— necessitava un mestre, un guia? Com vas poder ser tan inepte de no adonar-te del diamant en brut que tenies a les teves mans?

Oh destí, per què no vas intervenir? Per què no vas evitar que l'adolescent, romàntic, apassionat, resolt a viure la matemàtica amb tota la intensitat de la seva jove existència, decidís, sense estar preparat, de presentar-se als exàmens d'ingrés a l'École Polytechnique? No vas intervenir, oh destí, i ell, sense cap mena d'assessorament, sense dir-ho als professors —a qui no tenia confiança—, ni als pares, dels qui s'havia allunyat cada cop més —per por que no entenguessin la seva vocació—, ve prendre una decisió massa seriosa, massa adulta, massa difícil!

L'École Polytechnique era, sense cap mena de dubte, l'escola que li pertocava, per la formació familiar que havia rebut. Era filla de la República, i mantenia vives les idees i principis de la Revolució. El seu eslògan era breu i definitori: «Pel país, la ciència i la glòria». I tant com la volia ell la glòria! I també li pertocava per la seva qualitat intel·lectual. L'École Polytechnique —instal·lada a la seu del prestigiós Collège de Navarre— havia estat fundada per Gaspar Monge —un dels grans homes de ciència de la Revolució, i un gran pedagog—, que en seria el primer director, amb l'objectiu de fomentar la recerca de les matemàtiques. Només així l'École podia ser capaç de promouvoir l'estudi i la recerca de les ciències militars i d'enginyeria, que n'eren l'objectiu fonamental. Qui pot dubtar que Évariste Galois i l'École Polytechnique estaven fets l'un per l'altre?

És ara, *monsieur le directeur*, que cal fer-li entendre al jove estudiant que és massa immadur per optar a entrar a l'École Polytechnique —la maduresa s'esdevé amb

anys d'estudi, d'aprenentatge, de consolidació dels coneixements. Per què li vas fallar tan estrepitosament quan més et necessitava?

Les nits eren horribles. No podia deixar de pensar que havia fracassat completament. Tota la seva vida era un fracàs. Els fantasmes el turmentaven. Tot sol, a la residència de la *rue* Jean-de-Beauvais, a París, tan a prop del Louis-le-Grand on —amb un gran sentiment de soledat— presoner de la incapacitat i el menyspreu —com ell mateix— el seu fill estudiava. L'havia abandonat massa vegades al seu destí. Ja no podrien retrobar-se mai més. I no havia fallat també a l'Adélaïde? Quantes nits de soledat, quantes hores d'insomni pensant en ell, desitjant-lo al seu costat. Quantes vegades, en sentir la remor del vent, no havia pensat que era ell que tornava a casa! Quantes vegades, en sentir una porta que es tancava, no havia cregut que era ell qui l'havia traspassada! Que buit era el pensionat, per a ella, sense l'espòs i l'Évariste. Com havia fallat com espòs, com a pare i, també, com a fill. Tanmateix, aquest fracàs familiar l'hauria pogut superar amb l'estimació de tots ells, i amb el seu perdó.

Però era massa tard. Ara estava sol, ben sol. Quin horror! Com podia haver generat tanta maldat, tant de rancor, tant d'odi al cor dels seus conciutadans. Ell, que els havia dedicat tant de temps, que havia volgut el millor per a tots i cada un dels vilatans de Bourg-la-Reine, quin fracàs! Només havia sabut engendrar odi, un odi molt profund, com el que tenien els qui havien escrit aquells poemes injuriosos, calumniosos, ignominiosos.

Quin horror! Qui havia gosat convertir els seus petits poemes festius en missives verinoses? Qui l'odiava tant?

Per què? No ho podia entendre! Per què els seus amics i veïns havien cregut que ell podia fer una cosa així? Per què no li mostraven l'afecte d'altres temps?

No podia suportar-ho més. No podia permetre que el nom de la família Galois es veiés envilit més temps! Estava ben decidit! Tot s'havia acabat... la família, l'exercici públic al davant de l'Ajuntament, la direcció del partit liberal de Bourg-la-Reine. Tot! No li quedava res! I es veia impotent per continuar i demanar perdó! Estava cansat, vençut. No tenia esma per seguir lluitant. Només li quedava un camí, i el seguiria. Ho tenia decidit!

Ell era l'hereu. Li tocava presidir la comitiva fúnebre. Primer a Saint-Étienne-du-Mont, on els monjos havien acceptat de rebre el cos d'un suïcida. Després al cementiri de Bourg-la-Reine. Feia molt de temps que no havia estat al poble natal. No podria dir quant!

Ara hi era perquè li calia ser-hi. Va pensar en el pare, en la seva profunda solitud, en la gran vergonya que havia d'haver passat. Era un home bo.

—Potser, si li hagués escrit més sovint; potser, si l'hagués anat a veure més regularment; potser, si...—es deia a si mateix—. Però què en treia de lamentar-se!

Sabia que tenia una tasca per fer. Ara no podia pas abdicar dels principis que li havia transmès. Maino n'abdicaria. Que orgullós se sentiria d'ell quan superés, ben aviat, el segon examen d'admissió a l'École Polytechnique. Aquest cop estava preparat. Ho sabia del cert. També *monsieur* Richard, que l'havia ajudat tant com havia sabut, ho sabia. Per un moment, mentre el capellà feia les exèquies, els seus pensaments van ser per *monsieur* Richard.

Havia llegit i rellegit l'epitafi que els *citoyens* havien fet inscriure a la tomba.

—No sabies que tothom t'apreciava? Per què et vas deixar dur pel desànim? El greuge era obra de molt pocs. Tothom t'estimava, pare!

Els qui l'havien difamat, l'havien mort, però no havien vençut. La tornà a llegir i els ulls, malgrat que volia evitar-ho, se li van omplir de llàgrimes.

Com un àngel de pau  
enviat a la terra,  
tots els dies de la seva vida va semblar  
coses bones i se'n porta amb ell a la tomba  
la pena eterna dels desheretats  
als quals anomena germans.

Si tots els qui l'hem conegut li poguéssim transmetre  
com deu ser de gran la pena dels éssers estimats?  
Qui podrà consolar els teus fills i la teva vídua  
del cop terrible amb què  
la teva mort els ha ferit?  
Amor meu, esperança meva, repòs meu,  
Tot és aquí.  
*Descansa en pau.*

La lectura l'havia distret i no s'havia adonat del que havia passat. Sentí una forta remor al seu costat. Mossèn Pélétier es dugué les mans al cap i s'exclamà amb dolor. Li sortí un rajolí de sang que li recorregué el front. Ha rebut un cop de pedra. En un poble petit com Bourg-la-Reine no hi ha secrets. Algun amic del pare havia volgut assenyalar el culpable d'aquella mort innocent. L'havia volgut marcar per sempre. El pare, però —Évariste ho sabia amb certesa—, no ho hauria aprovat.

El dol, es va dissoldre i ell va tornar amb pressa, després d'acomiar-se de la mare, l'oncle, els germans, i els avis, al Louis-le-Grand, on havia de consolidar el seu futur immediat.

Mai més no va saber res de mossèn Pélétier. Mai no va saber que els *citoyens* —amics fidels del seu pare— no van parar fins que van aconseguir que fos traslladat. Tampoc no va saber mai que, entre la multitud d'assistents a la cerimònia, hi havia *monsieur* Guisquet. Mai no va sospitar —ni quan es van trobar enfrontats per qüestions polítiques— que *monsieur* Guisquet era un enemic personal. En pocs dies, *monsieur* Guisquet havia hagut d'anar a Bourg-la-Reine a dos enterraments. Quan ja no va quedar ningú de la comitiva, s'acostà a la tomba de *monsieur* Bertholi. Les flors —amb tants pocs dies!— estaven tan mortes que pudien.

—S'ha acomplert la primera part de la venjança. Hem aconseguit que l'infeliç Pélétier ho fes per nosaltres... Ningú no sospita de tu, ni de mi. Ara només queda l'Évariste. Et juro que no pararé fins haver-lo destruït com al seu pare!

Amb parsimònia, els ulls de besug mort, agafà el camí cap a París, cap a la venjança. Començava així, sense que el jove Galois ho sabés, jove matemàtic apassionat, una persecució sense pietat.

## Capítol 7

### ...i més fracassos

No ens ha de meravellar que l'atzar tingui tant de poder sobre nosaltres, des del moment que hi som per atzar.

MONTAIGNE

Tan bon punt *monsieur* Guisquet va arribar al seu despatx de París, va cridar *monsieur* Jolivert, un dels seus esbirros de confiança, i li va dir:

—Des d'ara ho vull saber tot del jove Galois. Què fa, on va, amb qui fa coneixença, què pensa, amb què creu... Tot. Ho heu entès?

Jolivert va entendre molt bé el que *monsieur* Guisquet volia. No calien més paraules. Pocs dies més tard va presentar les credencials a *monsieur le directeur*, tot demanat-li permís per fer unes investigacions. La raó que va donar era ben plausible. La família Galois havia rebut un cop molt fort per part dels qui no pensaven com *monsieur* Gabriel. La policia havia de protegir la família d'enemics tan perillosos. Clar que seria discret!

Tots els companys d'Évariste li digueren el mateix: «Es creu superior». «És intractable». «No hi ha forma de connectar-hi». «Viu en un món tancat en què no deixa entrar ningú». «Viu sol». Gairebé tots els professors hi van estar d'acord: «Res del que li expliquem, no l'interessa». «És distret i inconstant en l'estudi de les disciplines que se l'imposen». «Díscol, no respon ni als afalags, ni als càstigs». «En l'estudi no té cap mena de disciplina». «Pel que fa a la conducta, no puc pas dir que sigui indisciplinat». Les opinions més rotundes havien estat les del professor de física *monsieur* Jean-Battiste-Antoine Thillaye. Havia dit, ben francament: «Totalment nul. No entenc l'opinió que en té *monsieur* Richard, que considero un professor molt qualificat. Però, en aquest cas, s'equivoca completament. L'alumne Galois és totalment nul». *Monsieur* Thillaye, metge, físic i químic, director d'un laboratori de física a la Facultat de Medicina, era molt apreciat en els ambients universitaris de París. Les seves opinions haurien estat suficients, si no haguessin discrepat totalment de les d'altres professors.

—Ha nascut per a l'estudi de la matemàtica... Així ho vaig comunicar a la direcció del Lycée, perquè ho fes saber als pares —li digué *monsieur* Desforges.

Aquest criteri era curiós, venint d'un professor de retòrica, i Jolivet l'hauria passat per alt si no hagués coincidit amb el de *monsieur* Richard.

—És un geni. No he tingut mai cap altre alumne amb les seves qualitats, amb aquesta passió i intuïció tan notables. La naturalesa l'ha dotat d'un do que li permet traspassar les zones obscures i focalitzar només les que aporten llum a les qüestions matemàtiques.



I havia afegit quelcom del que calia prendre nota:

—Mireu, la seva manera de resoldre els problemes depassa la capacitat pròpia de la seva edat. Per això li he aconsellat que enviï un d'aquests problemes als *Annales Mathématiques* de Gorgonne. També li he dit que presenti, a l'Académie des Sciences, una memòria que contingui les idees, absolutament personals, completament originals i, en la meua opinió, d'una transcendència que no sóc capaç d'avaluar. Tanmateix, però, puc intuir que, en matemàtiques, hi haurà un abans i un després d'Évariste Galois i del seu mètode.

*Monsieur* Jolivert sabia que no podia deixar res a l'atzar. *Monsieur* Richard era un docent excel·lent que tenia molta cura dels deixebles, però no per això es deixava entabanar. Malgrat que li havia estat negat, era capaç de reconèixer el geni en els altres i d'estimar-lo com a propi. Era un apassionat de les matemàtiques. A la seva edat, encara assistia als cursos de la Sorbonne per tal de mantenir-se al dia. Podia reconèixer el geni, fins i tot en estat larvari.

Passar per alt aquestes dues opinions discordants, però força més clares i enraonades que les altres, podia ser un error. I Jolivert no en cometia, d'errors. Transmetria a *monsieur* Guisquet el que, uns i altres, li havien dit, per tal que prengués les decisions més oportunes.

Augustin-Louis Cauchy no arribà a saber mai que les visites de *monsieur* Richard i les de *monsieur* Guisquet i els seus esbirros estaven íntimament relacionades. Separades per algunes setmanes de diferència no li semblà que tinguessin el mateix rerefons. Tampoc no hi va pensar gaire, és cert.

Era —i ho sabia— el matemàtic més notable de França. Nascut amb la Revolució, a l'edat de quinze anys va entrar, segon de la seva promoció, a l'École Polytechnique que tan cobejava Évariste. A vint-i-un anys —una edat a la qual Évariste no arribaria— fou designat enginyer aspirant als Ponts-et-Chaussées. Malgrat l'encàrrec de dirigir les obres de Porte-Napoléon, li quedà temps lliure per confegir el seu primer treball de matemàtiques, en què estudiava els políedres. L'any 1812, malalt, retornà a París, on escrigué, l'any 1815, una memòria sobre les *funcions simétriques*.

Pel que fa a les idees polítiques, era el pol oposat de Galois. Pietós, ardent defensor dels jesuïtes, era membre de la Congrégation des del dinou anys. Niels Henrik Abel —el jove matemàtic noruec— no pot comprendre aquest vessant de l'insigne matemàtic francès que, amb Carl Friedrich Gauss, fou el mestre de tots els matemàtics del segle XIX. D'ell va escriure:

És un catòlic beat. Quelcom ben singular en un matemàtic!

Quan Évariste encara no tenia set anys, Cauchy ja havia intuït i estudiat les *lleis de les permutacions*, tan importants en els treballs algebriques de Galois. Tenia tants coneixements i intuïcions que hauria pogut ser molt més generós amb els joves. Però no fou així, ben al contrari. Mai no li van interessar els treballs de les joves promeses. De fet, no l'interessava cap més tasca que la seva. Potser, si *monsieur* Guisquet ho hagués sabut, no hauria actuat com ho va fer. Però, no podia córrer cap risc. Un reconeixement explícit de Cauchy, el matemàtic més notable d'Europa, i a través d'ell de l'Académie des Sciences de París, hauria estat molt difícil de contrarestar.

En tots els anys en què fou acadèmic, que foren molts —des dels vint-i-set fins a la seva mort, l'any 1857, a l'edat de seixanta-vuit— només va presentar una memòria que no fos seva, i en aquesta ocasió fins va deixar astorats tots els acadèmics assistents. Fou el 25 de maig de 1829. La memòria es titulava *Recherches algèbriques*. N'era autor un jove francès desconegut, Évariste Galois.

Què l'impulsà a fer-ho? Què féu que l'eminent Cauchy es comportés d'una forma tan poc usual en ell, tan diferent de la que havia adoptat amb les memòries d'altres joves matemàtics, com en el cas d'Abel? Per què, un any més tard, s'avenia a presentar la de Galois? I, què féu que, malgrat la presentació oficial, que consta al registre de sessions, mai no l'exposés al plenari?

L'única cosa que sabem és que *monsieur* Cauchy va rebre, en pocs dies de diferència, dues visites, la influència de les quals, sense ser-ne conscient, influïrien decisivament en el comportament i, de retruc, en el futur del jove Galois.

La visita de *monsieur* Richard l'hauria volgut evitar, però la insistència d'aquell home bondadós, excel·lent professor de matemàtiques —fet que no podia passar per alt— l'impedien de fer-ho. Tanmateix, però, el va irritar.

—Disculpeu-me si la visita us molesta i interromp les vostres activitats —li digué *monsieur* Richard tan bon punt s'assegué a una cadira que li havia estat indicada amb un gest de mà—. Disculpeu-me també si insisteixo, però estic fermament convençut que les aportacions del jove Galois són absolutament innovadores i realment profundes. Ho són fins a tal punt que només vós, penso, les podeu comprendre amb tota la seva originalitat.

Em sembla que tenen a veure amb algun dels treballs que vós mateix heu encetat... És amb aquest convenciment que li he suggerit —gairebé li he manat— que redactés una memòria i la presentés a l'Académie. La meua visita és per demanar-vos un favor personal.

Tothom sabia que *monsieur* Richard —humil, nerviós, i molt tímid— mai no demanava res per a ell.

—Voldria demanar-vos —seguí *monsieur* Richard després d'una petita pausa per copsar l'expressió severa de Cauchy, que encara l'intimidà més— que fèssiu una lectura de la memòria i, si us sembla que és prou bona, la presenteu públicament als membres de l'Académie... Jo no ho puc fer. No en sóc membre...

Aquell home bondadós demanava quelcom per a un dels seus deixebles. Això l'obligava a satisfer la petició. Hauria volgut treure-se'l de sobre amb un «no!» rotund, però la consciència li ho impedia. Així doncs per tal d'escurçar la visita tant com fos possible, li va dir:

—No patiu! Faré tot el que estigui al meu abast. Una recomanació vostra no la puc desoir. No patiu!

Tanta amabilitat encara l'intimidà més —prou tímid era ja de natural— i no va creure convenient indicar-li que el jove Galois tenia previst de presentar-se a la segona prova —la darrera, la definitiva— d'accés a l'École Polytechnique. Cauchy n'havia estat professor i encara hi tenia influència. No volia demanar res que no fos just. Només volia que els examinadors fossin justos amb la capacitat intel·lectual i matemàtica de l'aspirant. Però no va gosar...

L'altra visita que rebé *monsieur* Cauchy encara fou més estranya. En una reunió de reialistes a la que havia estat invitat pel rei, coincidí amb *monsieur* Guisquet.

No era la primera vegada. No es coneixien gaire. Li havien indicat que era un prefecte de policia de París, fidel al borbó, molt hàbil en la seva feina, amb qui podia comptar i, molt més important encara, en qui podia confiar.

Durant la reunió aquest se li havia acostat, l'havia saludat amb tota naturalitat, i li havia dit:

—Un d'aquests dies, el vindrem a veure... Una visita de rutina... Ens cal mantenir-nos informats. Vivim moments molt delicats, políticament parlant... Sí, ja ho sé, —digué davant el gest que havia fet Cauchy, un gest que mostrava una total manca d'interès per la política—, vós no us preocupeu per aquesta mena de qüestions... Però em consta que desitgeu que Carles X es mantingui en el poder. Això fa que els polítics hàgim d'estar amatents a totes les circumstàncies del país... No sigui que la situació se'ns torni a escapar de les mans. Ho enteneu?

—Certament, però el que no entenc...

—Vós ens podreu informar a bastament dels investigadors, més eminents, i també de les noves promeses. Ens cal conèixer les seves actituds i fidelitats. No es tracta pas de reprimir res ni ningú; es tracta d'estar informat. Recordeu que «la informació és poder». Enteneu el nostre interès?

Estava sorprès! No s'ho esperava! I no va saber què contestar.

—No us estranyeu doncs si un d'aquests dies els meus informadors us fan una visita.

—Els rebré encantat —digué—. Podeu dir-los que els dimarts a la tarda, qualsevol dimarts a la tarda, em va bé. Els reservo per a les visites i consultes...

La visita tingué lloc dues setmanes més tard. Van entrar al seu despatx dos homes d'apariència gris. Un no va parlar en tota l'estona. Només el va saludar a l'entrar i s'acomiadà en sortir. L'altra era qui portava la veu cantant. Li va fer preguntes genèriques sobre els estudiosos més rellevants, membres de l'Académie, i també d'altres que no ho eren. El deixava parlar. Gairebé mai no l'interrompia fins que havia acabat. Aleshores deixava anar una insinuació, una pregunta indirecta o velada. No acusava mai ningú. S'interessà per les noves promeses. Qui creia que ocuparia, en el futur, el llocs de l'Académie, les places docents de les universitats, de *les écoles* —la Polytechnique i la Normale—, de certs centres i laboratoris... Cauchy esmentà alguns noms que havia vist en revistes, d'altres que li havien comentat, d'altres que havia sentit en algunes sessions de presentació. Tanmateix, els digué, ell no era el més indicat. No estava gaire al corrent de les joves promeses. No li preocupaven gens. Li vingué al cap la visita de *monsieur* Richard i suggerí als dos visitants la conveniència de parlar amb els professors dels *lycées*, de les universitats, de les *écoles*. Els ho contà. Els informà que a l'Académie s'havien rebut dues memòries d'Évariste Galois. I que, davant la insistència de *monsieur* Richard, n'havia fet una presentació a l'Académie, tot prometent-hi una exposició més detallada. Com que s'havia endut les memòries a casa per poder-les llegir millor —no estava permès, però tothom ho feia— les va buscar —no hauria sabut explicar perquè— i les hi va ensenyar, malgrat que aquells dos esbirros estaven molt lluny de poder-les entendre. Què l'havia impulsat a fer-ho?

Les hi havien tornat, després de fer-hi un cop d'ull, i Cauchy —metòdic amb les seves coses— les havia guardat al calaix de l'armari. En aquell calaix, una mica més

enterrada, hi havia també la memòria que, feia més de mig any, li havia presentat Abel.

No va relacionar mai aquelles dues visites. Pocs dies després ja les havia oblidat completament.

Quan els entrevistadors van informar a *monsieur* Guisquet de l'entrevista, el prefecte de policia va decidir que convenia fer desaparèixer les memòries de Galois. Envià els seus esbirros a robar-les. Aquests li lliuraren les dues de Galois i d'altres que no els interessaven per a res... Així, si el furt era descobert, ningú no pensaria en el veritable interès dels lladres. Entre els treballs que van agafar n'hi havia també un d'Abel i un de Jacobi. *Monsieur* Guisquet els va destruir gairebé d'esma.

Richard estava realment enfadat.

—No ho puc entendre! No ho puc entendre! —repetia. Potser si hagués estat més decidit! Si hagués parlat amb més claredat a *monsieur* Cauchy, ara el jove Galois no es trobaria en aquella situació.

Évariste acabava de sortir de la segona prova d'accés a l'École Polytechnique. Havia fracassat! No havia aconseguit superar-la. Havia respost correctament el que li havien preguntat. Certament no s'havia cenyit a la presentació que es trobava en els manuals. Havia fet una presentació més general, més original, més personal. La seva resposta, però, no havia convençut els examinadors. Li havien fet un munt de preguntes inadequades, totalment fora de lloc. Això l'havia irritat! I, a mesura que s'irritava, es tornava més insolent. Com podien jutjar-lo, si eren incapaços d'entendre'l? Eren uns busaroques, uns ineptes. Cada cop els responia més secament, amb més fredor. Cada cop les respostes deixaven traslluir

més la seva agror, una amargura més profunda, un gran desencís i un enorme menyspreu. La seva actitud, de ben segur, fou cabdal en la decisió que havia pres el tribunal examinador.

—No ho puc entendre! —repetia el vell professor totalment desfet.

Relament *monsieur* Richard no ho entenia. De tots els alumnes que havia tingut mai, cap no mereixia entrar a l'École Polytechnique per dret propi, sense necessitat d'examen de cap mena, com Évariste Galois. Però l'École li havia barrat les portes. No ho entenia. És que potser la institució no s'havia fundat per potenciar l'activitat de recerca? És que s'havia perdut l'esperit de Gaspar Monge, el fundador? La intuïció matemàtica ja no era una garantia d'accés? Li havien barrat el pas, i el deixaven fora per sempre. Esgotades les dues oportunitats, estava condemnat a l'ostracisme i l'anonimat.

—No ho puc entendre!

No podia entendre que els membres del tribunal, Dinet i Lefébure —encara que no es distingien pas per la seva vàlua com a investigadors— fossin tan incompetents per avaluar correctament els coneixements dels qui s'examinaven, i estiguessin tan poc dotats per copsar un geni, un gran matemàtic, un *polytechnique* nat, quan el tenien al davant.

*Monsieur* Louis-Paul-Émile Richard era un professor excel·lent, molt considerat pels alumnes, i alhora un apassionat de la matemàtica. La seva tasca més notable fou de caràcter didàctic. Dissortadament les seves reflexions sobre l'ensenyament de la matemàtica mai no es van publicar. En mans de la família, finalment es van perdre. Eren textos molt avançats per a l'època. Évariste, uns



anys més tard, en faria una síntesi personal. Quan ja era gran, el Ministeri d'Educació francès va reconèixer la tasca de Richard, i li va concedir una condecoració, tant pels seus mèrits com per la seva dedicació. Ara, però, estava profundament decebut, ferit, desil·lusionat. Tenia l'ànima trista.

—No ho entenc. Per Déu que no ho entenc!

No s'havien acabat aquí les frustracions d'Évariste. Passava el temps i ningú no llegia les seves memòries, com era preceptiu, en una sessió pública de l'Académie des Sciences. Va sol·licitar que els hi tornessin, però l'Académie li va respondre que s'havien extraviat. Aquest fet —tot i ser normal— afegí en el jove Galois un nou sentiment de frustració.

Davant d'aquesta circumstància, *monsieur* Richard li va aconsellar que les refés en una sola memòria i les presentés al Grand Prix des Mathématiques que s'acabava de convocar. Seria concedit a l'obra matemàtica, manuscrita o editada, que presentés una aplicació notable a la física o a l'astronomia, o que contingués «un descobriment analític suficientment notable». El tribunal estava format per bons professionals: Lacroix, Poisson, Legendre, i Poinsot. Tenia temps. El termini de presentació finalitzava l'1 de març de 1830.

El mestre li havia fet veure que no podia deixar passar una ocasió com aquella. Fou el darrer dels participants a lliurar-la. S'hi havien presentat també noms il·lustres com Jacobi, Libri, Poncelet, Sturm, Lamé, Liouville, Plana, Dirichlet. Les bases del concurs permetien també donar el premi a qualsevol treball publicat entre els dies 1 de gener de 1828 i 1830, encara que no

s'hagués presentat explícitament. Això obria la porta a moltes obres de gran qualitat, entre les quals es trobaven les d'Abel. Res d'això no fou impediment perquè el jove Galois presentés una nova memòria a la secretaria de l'Académie.

Però Évariste estava perseguit per un atzar hostil. Joseph Fourier, secretari perpetu de l'Académie, s'endugué la memòria a casa amb la intenció d'estudiar-la. Unes quantes setmanes més tard, el 16 de maig, Fourier moria gairebé de cop. La memòria no fou trobada entre els papers que la prefectura de París entregà a la família Fourier un cop acabada la inspecció rutinària i obligatòria. L'Académie no s'adonà que la memòria de *mon-sieur* Évariste Galois, dipositada dins del termini previst, s'havia perdut. En tot cas, no li ho comunicà. I d'aquesta manera tan accidental —o potser no tant, oi *monsieur* Guisquet?— Évariste Galois quedà exclòs del Grand Prix, que finalment s'atorgà *ex aequo* al noruec Niels Henrik Abel, com homenatge pòstum, i al prussià Carl Gustav Jacob Jacobi.

Podria semblar que la vida d'Évariste és un cúmul de fracassos —la mort prematura del pare, el doble fracàs en l'examen d'ingrés a l'École Polytechnique, la pèrdua constant de les seves memòries per part de la secretaria de l'Académie—, però també tingué èxits. El «Bulletin de Férussac», una revista de gran prestigi que publicava treballs de Georgonne, Cauchy, Chasles, Jacobi, Poisson, Libri, primeres espases de la matemàtica del segle XIX, en pocs mesos, va editar, al costat d'aquests noms il·lustres, dues memòries del jove Galois. Aquest èxit aviat es va veure truncat per un esdeveniment polític que trasbalsà París, i França. I, també, la vida de Galois.

Els cants arribaven gairebé apagats. Era difícil escoltar-los amb claredat perquè anaven acompanyats de crits i «vives». Els qui cantaven portaven uniforme i anaven armats amb florets.

Visca els joves del col·legi.  
Mai hi haurà més d'un partit:  
quan calgui defensar París,  
serem, com ara, aquí.

Francesos, cantem plegats el coratge heroic  
dels estudiants de la Polytechnique.  
Ells no coneixen la por  
quan ens cal defensar França,  
quan ens cal defensar França.

I mentre cantaven i avançaven, avançaven i cantaven, la multitud s'anava aplegant als carrers. Havien pres París. Cada un portava un estri que li servís d'arma. Els crits eren unànimes: «Visca l'École Polytechnique!» «Visca la *Charte*!» «Visca la llibertat!» «A baix el borbó!»

Els crits i els cants arribaven, somorts, a la rue Saint-Jacques, on Galois estava tancat, sense possibilitat d'unir-se a la defensa de la Pàtria, de les llibertats. L'impedien de participar en la lluita. Li estaven arrabassant la seva pròpia estimació i l'honor. Novament es veia allunyat, atrapat entre parets hostils, apartat dels seus col·legues naturals —per educació, per intel·ligència, per creences—, els alumnes de l'École Polytechnique.

La ràbia que l'envaïa era immensa. Tenia els dits pelats i ferits de tan intentar saltar per damunt les parets, coronades amb puntes de vidres, que el tenien presoner. La ràbia es convertí en un desig de venjança contra *monsieur* Guigniault. Amb les seves decisions autorità-

ries li impedia formar part dels seus col·legues, li impedia unir-se al parisencs que, als carrers, armats, defensaven les llibertats.

La situació s'havia anat covant des que el 8 d'agost d'aquell any de 1829, el borbó Carles X, havia enunciat un nou govern, que tornava el poder als més radicals, els ultres. El príncep Jules de Polignac, un membre actiu de la Congrégation, fou nomenat president del Consell; el comte de La Bourdonnais, un dels artífexs més violents del Terror Blanc, ministre de l'Interior; i el general Bourmont, el mateix que havia traït Bonaparte a Waterloo, ministre de la guerra.

Aquest canvi tan radical espantà la burgesia. Suposava un perill per a moltes de les conquestes que s'havien assolit. Calia fer front a Carles X i alhora preparar una alternativa. Per aconseguir la conscienciació dels *citoyens* —sobre tot els de París— van emprar la premsa. En pocs dies van aparèixer «Le National», «Le Moniteur», «Le Globe», «Le Temps», i «Le Journal de Commerce». Cap no tenia autorització reial. La seva capacitat d'influència era enorme i això portà el nou govern a prendre mesures de repressió contra la llibertat d'expressió, amb una llei presentada al parlament el març de 1830. Les ordenances eren clares i rotundes. La llibertat editorial quedava suspesa; qualsevol escrit havia d'obtenir un permís especial per poder ser publicat. Es modificava sensiblement la llei electoral i es fixava un calendari per a les noves eleccions. El 25 de juliol el rei les signà a Saint Cloud, a on s'havia retirat la Cort.

El 26 era dilluns. «Le Moniteur» sortí força més tard del que era costum, perquè publicava íntegre el decret que delmava les llibertats, i també el decret del prefecte de policia Mangin, que deia

... Tots els qui gestionen un gabinet de lectura, cafè, o qualsevol altra mena d'establiment que permeti al públic llegir diaris o qualsevol altre escrit que contradigui les lleis publicades el 26 d'aquest mes, seran perseguits com a còmplices dels delictes a què els esmentants diaris i escrits siguin castigats, i provisionalment els locals seran tancats.

Tots els diaris no addictes al rei van desafiar l'ordenança de Mangin i, el dia 27, «Le National», «La Globe», «Le Temps» i «Le Journal de Commerce», a l'uníson i en primera pàgina, publicaven les paraules de *monsieur* Thiers:

El govern ha violat la legalitat. No estem obligats a obeir-lo [...] Avui el govern ha perdut irremissiblement aquell caràcter de legitimitat que fa que l'obediència sigui exigible. Ens hi enfrontarem tant com puguem. Tot França és qui ha de decidir fins a on cal estendre la resistència...

*Monsieur* Charles-François Rémusat féu una crida als ciutadans des de les pàgines de «Le Globe»:

El crim s'ha consumat, els ministres han presentat al rei ordenances pròpies d'una tirania. Només cedirem sota la violència. Invoquem amb tota la nostra força que l'odi caigui damunt el cap de Polignac [...] Les ordenances són nul·les. Demanem, sense por i amb tots els mitjans legals, la defensa de les llibertats legals.

Quan a les onze del matí, dos comissaris de policia acompanyats d'una tropa de soldats, es van presentar a la redacció de «Le National», a la rue Nueve-Saint-Marc, amb l'ordre de segrestar els 7.000 exemplars del diari, es

van trobar que aquests ja havien estat distribuïts. Plens de fúria i impotència, van manar destruir les màquines tipogràfiques. Un cop reparades de la millor manera possible, «Le National» i «Le Globe» van acordar continuar publicant diaris amb qualsevol mena de format. Al capvespre Louis-Auguste Blanqui feia una crida al poble:

Parisencs!

Carles X ha esquinçat la Carta, menysprea les lleis, emmanilla les llibertats, totes les llibertats. No podem escriure allò que volem! No ho podem editar! No podem fer diaris! No podem escriure llibres! No podem elegir les Cambres! El rei ha restablert l'Ancient Régime. Ha lligat França de peus i mans, i l'ha legat als nobles i als preveres.

Ciutadans, a les armes! A les armes, per defensar la Pàtria, el nostre honor, i la nostra existència! Que potser estem disposats a convertir-nos en un munt d'esclaus sota la fusta dels jesuïtes? No, no! Abans, la mort!

Però, estigueu-ne ben segurs, no serà el poble qui morirà! Seran els miserables que pretenen servir-lo! Dempeus! Dempeus! Aniquilem aquesta infàmia! Que el càstig caigui damunt el seu atemptat com un llamp!

Els qui havien oblidat que els parisencs estaven disposats a morir per la llibertat, anaven errats. Ben al contrari. Sota les crides en defensa de la Pàtria i de la llibertat, van sortir al carrer. Cada moment que passava n'eren més. Sortien els joves dels *lycées* i de l'École Polytechnique, els obrers, la Guàrdia Nacional, els qui tenien un petit comerç, els manobres, els artesans i els aristos, els intel·lectuals, homes i dones. Els carrers de París s'omplien de parisencs armats que cridaven: «Visca la llibertat!» «Visca la Carta!» «Visca la revolució!» Estaven preparats per fer front a les tropes de Carles X.

Durant tres dies, els Tres Dies Gloriosos, els parisencs s'enfrontaren al rei dèspota i al seu govern.

La sang tornà a córrer pels carrers de París. La burgesia va aconseguir, amb els mitjans de comunicació de què disposava, una revolta popular contra un rei excessivament reaccionari. Mentre la revolta tacà de sang les *rues* de París, ells preparaven una solució monàrquica! El retorn d'un altre monarca! Traïren, de fet, l'esperit de la revolta, que era el restabliment de la República, i el desterrament definitiu de la monarquia.

Quina ocasió d'or, potser irrepetible, per als joves romàntics, d'idees liberals, republicanes! Quina oportunitat per servir a la Pàtria al costat d'altres compatriotes, en defensa de l'honor, tot continuant les gestes dels pares! Quantes vegades no haurien sentit contar als avis, pares, oncles, les gestes que havien dut a terme en defensa de la República, en les campanyes militars de Napoleó! Ells també creien en una França lliure, en l'honor dels homes, en els drets continguts a la Carta! Els havia arribat el moment! No el podien deixar passar!

A Évariste i els seus companys els havia arribat també el moment. Tota la passió que havia posat en la matemàtica, aflora ara en una nova aventura. Tan jove com era i tenia l'oportunitat de formar part de la història de França, perquè aquells dies s'estava fent història. Com un altre parisenc més —entre milers— volia sortir al carrer per defensar la llibertat. Ara que el seu pare havia mort i no podia fer-ho, com hereu de la família Galois, tenia l'obligació, per ell mateix, pel pare, pels avis, per l'oncle, de defensar les idees liberals. No eren aquestes, potser, les idees que havien llevat la vida al seu pare? Ara havia arribat el moment de la revenja.

Tots els alumnes de ciències es reuniren per prendre una decisió. Sabien que l'endemà al matí els parisencs sortirien, armats, al carrer.

—Companys! —els digué— demà París sencer s'aixecarà en armes contra el despotisme! Els parisencs volen que se'ls restableixin les llibertats i els drets! No podem faltar-hi! Tenim l'obligació de reunir-nos amb els *citoyens*!

Tots estaven disposats a sortir al carrer a lluitar.

—Visca la Carta! Visca la llibertat! Visca França!

Ell, matemàtic, romàntic, apassionat, estava exultant:

—Cal fer pinya! Ens hem d'unir als nostres companys de l'École Polytechnique. Ells, ja està decidit, sortiran al carrer, amb l'uniforme i el floret, tal com toca en aquestes ocasions. Ens hi hem d'unir. Tots junts en aquests dies de glòria!

La resposta fou la mateixa. Els ànims estaven a flor de pell:

—Tots al carrer, per França, per la Carta, per les llibertats! Tots al carrer!

—Cal dir-ho als companys que no són aquí... Cal que tots estiguem preparats... A trenc d'alba!

—Sí, sí! Tots, a trenc d'alba.

A les cinc del matí, mitja hora abans de la concentració, els alumnes de l'École Préparatoire foren reunits pel director, *monsieur* Guigniault, que sense cap mena de preàmbul, els digué:

—Queda absolutament prohibit abandonar l'École. Tots vostès han signat un protocol com a funcionaris de l'Es-



tat i això els impedeix d'enfrontar-se amb l'Estat que els ha concedit aquest privilegi.

»No tenen cap dret a denunciar els privilegis que el rei hagi pogut concedir a d'altres ciutadans de França quan vostès són aquí per un privilegi.

»Romandran a l'interior de l'École. He donat l'ordre de tancar les portes. Totes les portes. La desobediència equivaldrà al trencament de la signatura feta i, consegüentment, a l'expulsió inapelable.

L'explicació de *monsieur le directeur* no convençé ningú, però el càstig era massa sever. Desobeir posava en perill el futur professional. Calia obeir. A més, era impossible sortir d'aquell indret —a Évariste sempre li tocaven escoles-pressó— quan les portes eren tancades.

Galois i Bénard decidiren desobeir. L'ocasió era massa important per a desaprofitar-la. Cap signatura no els podia impedir de defensar la Pàtria. Havien signat com a funcionaris públics i això, a banda de les seves creences personals, els obligava a defensar-la. Però, com havia dit *monsieur* Guigniault, totes les portes eren tancades. Només podien sortir saltant les parets, altes, coronades amb puntes de vidres. Ho intentaren. I tant, que ho intentaren!. Tenien els genolls i els dits pelats, els palmells de les mans plens de talls. Ho intentaren, però no pogueren sortir de l'École Préparatoire.

La ràbia d'Évariste augmentà a mesura que passaven les hores, i els dies. La ràbia esdevingué folia quan, des de l'interior de l'escola-pressó, sentí els cants dels alumnes de l'École Polytechnique, lliures per poder defensar la llibertat. I la set de venjança nasqué en ell, un esperit net. Esperaria l'ocasió, però ningú no l'impediria venjar-se de *monsieur* Guigniault.

*Monsieur* Guisquet estava reunit amb els seus homes. Repassaven els incidents dels darrers tres dies. Qui havia sortit al carrer; qui s'havia significat; qui s'havia mantingut fidel a Carles X. Mentre repassaven els noms i els detalls, els morts, els ferits, els desperfectes, les fidelitats d'uns i altres, *monsieur* Guisquet va preguntar:

—Què se'n sap, del jove Galois? Algú l'ha vist entre els amotinats?

—Res de res! El director de l'École Préparatoire va impedir que els estudiants sortissin al carrer, i el jove Évariste era dins l'École, tancat.

—Llàstima! —digué el prefecte de policia—. Haurem d'esperar una altra ocasió. Ara, de fet, amb la caiguda de Carles X, tampoc no l'hauríem pogut acusar de res. Fóra un heroi. Un llibertador de França. Esperarem! Ja ens arribarà l'ocasió. No ho dubteu pas!

Si la fatillera va creure que li havia fet un regal pels seus divuit anys, s'havia ben equivocat. Certament, el dia del seu aniversari havia rebut la confirmació que l'havien acceptat a l'École Préparatoire. Semblava que tot començava a redreçar-se en la vida del jove Galois, fins aleshores massa plena de fracassos i desenganys.

Gràcies a la influència de *monsieur* Richard, Évariste Galois fou admès, després de superar els batxillerats de lletres i ciències, a l'École Préparatoire. Havia estat fundada, amb el nom d'École Normale, com l'École Polytechnique, per la República. El seu objectiu era clar: la formació dels joves docents futurs. Aquests, en entrar-hi, es comprometien amb l'Estat a romandre en la funció pública un cert nombre d'anys. Évariste s'hi va comprometre per sis anys.

No era pas l'École que li corresponia, ni per la mena de docència que impartia, ni per la ideologia que la governava. Però era el millor que podia aconseguir. *Monsieur* Richard sabia que, amb les portes de l'École Polytechnique tancades, només quedava l'École Normale, com l'anomenava ell. El que no podia saber el bo de *monsieur* Richard, oh destí!, és que, en aconseguir-li l'entrada, condemnava Évariste a una altra institució-presó, como ho havia estat ja el Louis-le-Grand. La ideologia de l'École Préparatoire la imposava el seu director, *monsieur* Guigniault, un especialista d'història de la literatura grega. Era un reialista declarat. La seva ideologia era la de la Congrégation: conservadora, partidària d'un rei fort que defensés els privilegis de la noblesa i del clergat. Una ideologia regressiva que oblidava els avenços de la Revolució. A tot això, a més, s'hi afegia una por visceral al canvi. Tot canvi l'espantava. De fortes conviccions religioses, féu que l'École Préparatoire, laica segons els estatuts, obligués els seus estudiants a fer pràctiques religioses. La conculcació d'aquestes obligacions era castigat amb rigor. Faltar, per exemple, dos mesos consecutius a confessar-se suposava l'expulsió.

Évariste s'hi trobà incòmode des del moment en què hi entrà, el dia 29 de setembre de 1829, uns mesos abans dels Tres Gloriosos. Momentàniament aconseguí distreure's d'aquest fet, redactant la *Mémoire sur les conditions de résolubilité des équations par radicaux*, que presentà al premi de l'Académie a finals de gener, i que mai més no fou retrobada. En aquesta època elaborà també els treballs que publicà al «Bulletin de Férussac».

La matemàtica li feia molt més suportable la incorporació a l'École Préparatoire. Li permeté oblidar el fracàs de l'École Polytechnique. Feia el mateix que faria si

l'haguessin admès. A l'estiu superà l'examen de càlcul diferencial i integral del primer any de la llicenciatura. Tot semblava anar bé. Per fi el destí s'ha posat al seu costat. Però la treva fou curta. Ben aviat, massa aviat, el jove matemàtic, romàntic i apassionat, es trobà amb un altre fracàs. Un doble fracàs. El premi, tant temps cobejat, fou concedit a dos excel·lents matemàtics, cap d'ells no era Évariste Galois. Li havien tancat l'únic camí que li quedava perquè els matemàtics de França i d'Europa, li coneguessin l'obra i la vàlua. Volia ser un gegant de la matemàtica, però les institucions científiques franceses li ho impediren un cop i un altre.

I, per si això fos poc, un altre fet deixava ben clar que l'École Préparatoire no era digna de tenir entre els seus alumnes joves com Galois. Tancat darrera les parets, sense la possibilitat d'unir-se amb els seus conciutadans i els companys de l'École Polytechnique, la seva frustració esdevingué total. No hi havia res que l'unís a l'École Normale, que dirigia *monsieur* Guigniault. Tota la frustració es convertí en odi cap als reialistes, cap a la dinastia dels Orleans. Calia trencar definitivament amb el passat, i forjar el futur pel qual havien lluitat el pare i l'oncle. Aquest odi pregon es focalitzà en la persona del director. I aviat nasqué la necessitat imperiosa de la revenja.

Els burgesos, ajudats conscientment o inconscientment pels liberals, pels republicans, pel poble, havien aconseguit trobar una solució favorable —tenen por dels més radicals, dels més revolucionaris— per als seus interessos. Aconseguiren establir una monarquia més ben disposada a defensar-los els interessos, en la persona de Lluís-Felip, un descendent de la línia d'Orleans.

Quin cop de gràcia per a *monsieur* Guigniault. Ell, que havia impedit que la seva École participés activament en la insurrecció, es trobava davant una nova configuració monàrquica que no podia pas rebutjar frontalment. Li calia adherir-s'hi. Però les exigències del jove Galois eren excessives per a ell.

Évariste i els seus companys havien estat tancats durant els Tres Gloriosos perquè l'École Normale no tenia els mateixos drets que l'École Polytechnique —dret a dur uniforme, a l'exercici militar, i a les armes. Calia reclamar-los. *Monsieur* Guigniault s'hi oposà totalment. I així, mentre l'École Polytechnique, sota la direcció d'Arago, aconseguia més drets i llibertats per la seva participació a la revolta, la institució a la qual pertanyia Galois es veié cada cop més restringida en les llibertats. Évariste s'hi sentia presoner.

La situació entre Évariste i el director era de total enfrontament. La calma no podia durar gaire. El destí final d'Évariste, que es perfilava cada cop de forma més clara, era l'expulsió de l'École Normale. Però no seria sense lluita. Així el 30 de desembre, Galois envià una carta a la «Gazette des Écoles», en resposta a una justificació pública de *monsieur* Guigniault, de l'actitud que l'École Normale i ell mateix havien pres durant els Tres Gloriosos. Era el principi del final d'aquesta nova etapa de la vida d'Évariste Galois.

Senyor,

La carta que *monsieur* Guigniault va publicar al Lycée, en ocasió d'un article aparegut al vostre diari, és del tot inconvenient. Espero que estareu disposat a desmascarar-lo.

Heus ací els fets, uns fets dels quals en poden donar testimoni 46 estudiants.

El 28 de juliol diversos estudiants volien sortir al carrer, amb armes, però *monsieur* Guigniault els amenaçà amb avisar els gendarmes per tal de restablir l'ordre. Els gendarmes, el dia 28 de juliol!

El mateix dia, amb el seu pessimisme de sempre, els havia dit: «Veieu com joves braus, d'una banda i de l'altra, cauen. Si fóssim militars, no sabria per què sacrificar-vos. Per la llibertat o per la legimitat?» Heus ací l'home que tot just l'endemà portava al capell la *coccarde tricolore*. Aquests són els nostres liberals convençuts! [...]

La carta seguia exposant el refús del director a les seves peticions i acabava dient:

Tot, en ell, posa de manifest les idees més estretes i reaccionàries i un conservadurisme d'allò més negatiu.

La carta —Évariste, sempre apassionat, l'havia signat amb el seu nom— va aparèixer signada per *un élève de l'École Normale*.

Davant d'aquestes acusacions, i d'altres cartes posteriors, Évariste es va trobar tot sol. Tretze companys, de la branca de lletres, instigats per Guigniault, desautoritzaven Galois.

Els estudiants de segon no van ser pas testimonis dels fets que s'exposen i per això neguen a l'autor de la carta del 5 de desembre els testimoniatges que els reclama.

No era certament l'École Normale l'escola que corresponia al jove matemàtic. Prova fefaent d'això és que, quan va necessitar l'ajut dels companys, aquests van fer costat a *monsieur le directeur*. El 9 de desembre de 1830, el director va demanar al ministre, *monsieur* Joseph Merilhom, la seva expulsió. La resposta no es féu

esperar. Segons el registre del Conseil royal de l'Instruction publique, l'expulsió sortia el dia 4 de gener de 1831. Évariste tenia vint anys.

D'acord amb l'informe de *monsieur le conseiller*, Victor Cousin, referents als afers relatius a l'École Normale, el Consell pren la determinació següent:

El Consell,

vist l'informe del director de l'École Normale relatiu a l'alliberament del compromís subscrit amb l'alumne Galois i vistos els motius que s'exposen

Decideix el següent:

L'estudiant Galois abandonarà l'École immediatament. La seva destinació es determinarà més endavant.

Un nou fracàs damunt les espatlles de Galois. Ell, a finals de desembre, preveient el que estava a punt d'esdevenir, féu una crida als seus companys:

Camarades,

Una carta sense nom, firmada simplement per «un alumne de l'École Normale», va ser publicada a la «Gazette des Écoles», contra *monsieur* Guigniault, el nostre director. Vosaltres heu cregut que havieu de protestar contra les interpretacions que l'autor de la carta donava als fets allí relatats.

La vostra protesta, però, no ha estat signada fins que *monsieur* Guigniault, basant-se en una simple suposició i d'acord amb els seus interessos particulars, amb les seves prevencions i reserves, m'ha expulsat de l'École, tot acusant-me de ser-ne l'autor.

No us correspon pas a vosaltres, ni a mi, el dret de pronunciar-vos definitivament sobre el dret de *monsieur* Guigniault. Però el que no heu de suportar mai, ni

patir, és la càrrega feixuga de la responsabilitat de la meva expulsió. És precisament davant dels testimonis de confraternitat que he rebut de tots vosaltres a l'hora del comiat, que ell ha gosat dir que heu estat vosaltres els qui heu pres la iniciativa d'iniciar la meva expulsió.

És cert que abans de la meva partida, que necessitava d'un refús material consistent, algú ha impedit que efectuessiu aquest acte de justícia. Quan res no hauria hagut de pertorbar la nostra unió, se us ha aconsellat, per mitjà del mestre auxiliar *monsieur* Haiber, que us oposessiu a la meva permanència a l'École. Sé que heu refusat aquestes insinuacions deshonoroses.

Feu més, camarades meus; feu més. No us demano res per a mi! Us demano, això sí, que parreu pel vostre propi honor i d'acord amb la vostra consciència. Sembla que heu declinat la responsabilitat que se us imposava. Desmentiu de seguida l'afirmació del vostre escrit, perquè el vostre silenci donaria la raó al més fort.

Jo sóc, fins que arribi la declaració del ministre, el vostre company, el vostre condeixible, i, per la meua vida, el vostre camarada més devot.

É. Galois

Ningú no parlà en defensa de Galois, i el jove estudiant fou expulsat definitivament del sistema educatiu públic francès. És que potser tot França havia embogit? És que ningú no era capaç de veure-hi clar en el cas de Galois?

Oh destí, com has permès que un jove amb notables qualitats intel·lectuals i humanes, tan generós com palesa la carta —«no demano res per a mi! Parreu pel vostre propi honor i d'acord amb les vostres consciències»— tingui una vida tan plena de dificultats i fracassos? On trobarà el camí de l'èxit i de la glòria que el seu cor,



la seva ment, i el seu esperit reclamen amb tanta fúria?  
On, i quan? Ho saps tu, destí?



## Capítol 8

### El desensís

No serem,  
No serem moguts,  
igual que el pi  
a prop de la ribera,  
no serem moguts.

Espiritual negre

Els cants —populars, espirituals negres, com si es tractés d'un grup d'escoltes en la nit estel·lada de la muntanya, durant l'aplec— omplien el claustre de ciències de la Universitat. Tots estàvem asseguts a terra, compactes, tan junts que sentíem el batec del cors dels companys. Batecs de por, coratge, llibertat.

—Llibertat! Llibertat sindical! —cridàvem entre cançó i cançó.

Els dos grans ficus, tot contemplant-nos, donaven la mà a les dues magnòlies frondoses. Volien protegir-nos. Sabien que estàvem desesperats.

Feia hores que hi érem allà, asseguts a terra, cantant. Calia fer pinya amb els nostres companys encerclats per la policia al monestir dels Caputxins de Sarrià. La situació havia esdevingut delicada. Ningú no sabia ben bé com acabaria. Tothom havia de col·laborar, i els estudiants de la Universitat no ho van dubtar ni un moment. Tot havia començat en defensa del dret dels universitaris a sindicar-se lliurement.

Calia debilitar la dictadura des de totes les posicions possibles. I un mitjà era atacar el SEU falangista —el Sindicato Español Universitario— i les APE —Asociaciones Profesionales de Estudiantes. Això obligava a crear un sindicat democràtic, tot plantant cara a una de les moltes prohibicions de la dictadura del general Franco. Aquest sindicat havia de néixer amb totes les garanties democràtiques de representativitat i pluralitat ideològica. Els partits polítics estaven absolutament prohibits, però hi havia força gent que hi estava afiliada, de forma clandestina. Existien, amb moltes dificultats, fent front constantment al règim franquista. Però crear un sindicat alternatiu, democràtic, demanava temps. Calia reunir-se, discutir-ne les bases, fixar-ne els estatuts. Així és com tingué lloc un esdeveniment històric en la política antifranquista catalana: la Caputxinada. Entre els dies nou i onze de març de 1966, al convent dels caputxins de Sarrià, es van concentrar uns quatre-cents cinquanta representants dels estudiants, els professors i els intel·lectuals. L'objectiu era comú: la creació del Sindicat Democràtic d'Estudiants de Barcelona, SDEB.

Els cants van anar parant a poc a poc. Un company, provist d'un megàfon, havia pres la paraula:

—Companys! Tranquil·litat! El rector comissari...

—Fora! Fora! Llibertats democràtiques...

Els crits omplien tots els racons del claustre de ciències i ressonaven en el de lletres. Es trigà uns moments a reestablir l'ordre.

—Si us plau, no m'interrompeu! El temps vola. El rector comissari ha cridat la policia social. La Universitat està encerclada. Ens trobem, doncs, com els nostres companys dels caputxins. Hem d'aguantar mentre el setge, a Sarrià, duri. No podem defallir. Companys, per la democràcia! Per la llibertat!

—Per la democràcia! Per la llibertat!

—No serem, no serem moguts, igual que el pi...

La Universitat, el claustre en ple, fou un clam. Els uns cantaven, els altres feien crits per la llibertat. Era realment impressionant. Si no hagués estat per aquell sentiment de por, la pell de gallina hauria estat produïda per l'emoció.

Al pis del carrer Calvet, el nerviosisme creixia. Cada cop semblava més difícil reconduir la situació, establir un diàleg —per petit que fos— amb els agents de la dictadura. La policia havia decidit entrar a la Universitat. Anaven armats, amb porres i subfusells, protegits amb cascs i escuts. Realment la situació era preocupant. Ningú no sabia què passaria. Acabaria tot, com sempre, amb cops, detencions, presó, i ferits? Hi hauria algun mort? Els esbirros de la dictadura sentien un total menyspreu pels amotinats. Les seves vides no tenien cap valor. Els polítics del règim sabien que els morts els eren contraproductius, provocaven reaccions interna-

cionals que no desitjaven. Però, un cop deixats anar els bulldogs del règim, era difícil saber què passaria. Hi havia preocupació i por. Es notava en l'ambient. Eren al pis d'un prestigiós advocat i historiador català, home de grans valors democràtics, un dels fills distingits de Catalunya, defensor incansable davant els tribunals espanyols dels drets dels catalans.

Al pis s'havia improvisat un centre de coordinació política, d'organització i d'intendència. Calia fer arribar menjar als qui estaven tancats als Caputxins. Feia hores que no menjaven res. Els monjos ja no els en podien donar més. S'havia de recórrer als joves estudiants, als membres de Comissions Obreres, i als voluntaris de tota mena. Calia llançar-los menjar per damunt les parets del monestir convertides —per obra de la dictadura i els seus esbirros, els *grisos*— en parets de presó.

Al claustre tot estava tranquil. El temps passava i l'angoixa creixia. Com s'acabaria tot plegat? Incomunicats amb l'exterior, ningú no sabia quina era la situació als Caputxins!

L'home del bigoti i del puro —tothom sabia que era una esbirro— va prendre la paraula. Els crits, els xiulets, els «fora!, fora!», no el van immutar gens. Es va mantenir callat, impassible. Quan, cansats, els crits van fluïxar, i el soroll es va anar esmorteint, va dir, amb autoritat:

—*Callen y escuchen! No me hagan perder los estribos. Hasta ahora, a pesar de que están violando la ley, hemos tenido mucha paciencia...*

—Fora!, fora! —van començar a cridar els més decidits.

—Silenci!, silenci! —cridaven els més esporuguits.

—Sabemos —va seguir l'home del puro i del bigoti— que, entre ustedes, hay infiltrados. Son comunistas y masones. No tienen nada que ver con los auténticos estudiantes. Los están utilizando para sus intereses, en contra del orden establecido. Los buenos estudiantes, lo sabemos muy bien, no pierden su tiempo en algaradas. No se saltan unas clases irre recuperables. Los buenos estudiantes, lo sabemos muy bien, no atentan contra un régimen que les ofrece la oportunidad de aprender, de ser alguien en la vida, en muchos casos ascendiendo incluso de clase social.

Es féu un silenci sepulcral. Tothom estava callat, a l'espera de les paraules de l'home del bigoti i del puro, l'esbirro.

—Vamos a darles una última oportunidad. Abandonarán el claustro ordenadamente. A medida que vayan saliendo, un agente les recogerá el carnet del SEU que cada uno de ustedes le entregará. Los que lo tengan —los auténticos estudiantes— podrán irse a casa. Los que no lo tengan quedarán retenidos hasta que alguien se persone y lo presente. Así habremos puesto de manifiesto la existencia de los alborotadores —comunistas y masones— que les están utilizando, que abusan de su buena fe.

En un extrem del claustre s'alçà un estudiant d'econòmiques. L'havia vist moltes altres vegades en manifestacions, assemblees clandestines, reunions de PNN —professors no numeraris—, i en algunes misses de dol per algun obrer o estudiant mort per la policia, o per algun condemnat pels TOP —Tribunales de Orden Público.

—Que ningú no es mogui... No ens podem moure fins que no sapiguem què els ha passat als nostres camarades dels Caputxins...

Un *gris* avançà decidit cap a l'estudiant que estava parlant i el colpejà: un, dos, tres... cops. Els companys que tenia al voltant es van apartar, arraulint-se. El silenci era propi d'un cementiri. La por va tenyir de blanc les cares de tots els qui estàvem asseguts a terra. Des de les balconades dels pisos superiors alguns estudiants van llençar tota mena d'objectes contra la policia social i sobre l'home del bigoti i el puro. Corredisses i ràbia. La social havia començat a carregar. La situació era difícil. Ningú no podia —ni volia— sortir, però la universitat era una ratera. Ràbia, molta ràbia. Corredisses, moltes corredisses. I crits.

—Fora, fora!

—Llibertat, llibertat!

També algun cant:

—No serem, no serem moguts...

La veu freda de l'home del bigoti i el puro s'alçà per damunt d'aquell guirigall de portes tancant-se de cop, crits i cants:

—*Ustedes y sólo ustedes serán los responsables de lo que ocurra en adelante. Si no quieren colaborar con la policía para reestablecer el orden se harán cómplices de los alborotadores, comunistas y masones, y como tales deberán sufrir las consecuencias de sus propios actos*—. La seva veu era freda, però enèrgica; desapassionada, però violent.

I adreçant-se als policies que havien colpejat l'estudiant d'econòmiques, els digué:

—*¡Llévenselo a comisaria!*



Tots sabíem —l'estudiant d'econòmiques també ho sabia— que el portarien a la Jefatura de la Via Laietana. Allà ningú no el podria protegir durant dies; allà seria torturat, i ningú no ho podria evitar.

Els del pis del carrer Calvet maldaven per trobar una solució que els fos prou favorable. Sabien que la Caputxinada havia estat un èxit polític d'oposició al règim dictatorial del general Franco. Però calia evitar que s'hagués de pagar un preu massa alt en víctimes. Calia que el preu fos assumible. I això cada cop era més difícil. La situació de la plaça de la Universitat es complicava més del que s'havia previst i del que era convenient. Certament —ho sabien prou bé— el temps jugava, en certa forma, a favor seu..., però tampoc se'n podien refiar gaire.

Finalment van aconseguir que el governador civil de Barcelona rebés el prior del monestir de Sarrià. Però solament el rebria a ell! El govern no estava disposat a dialogar amb els revoltats, «*comunistas y masones*». Així que abandonà el govern civil es traslladà al pis del carrer Calvet. L'estaven esperant amb ànsia. Els informà de l'entrevista:

—El governador civil no feia més que repetir-me: «*La Iglesia, y en ella incluimos a su comunidad, no debe colaborar con los comunistas y los masones. No debe meterse en política. No le corresponde. Tal actitud perjudica la imagen de Roma y además contraviene los acuerdos contenidos en el Concordato*».

»No hi havia qui el tragués d'aquí, com si li haguessin dictat les paraules. Jo li hi insistia que calia trobar una solució política que fos raonable per a les dues parts.

«*¡Razonable! ¿Ha dicho usted razonable?*» No en volia ni sentir parlar, de buscar solucions. «*Los amotinados no merecen ningún respeto por nuestra parte. Merecen la cárcel!*», deia. Jo li hi insistia que una acció violenta en un edifici de l'Església perjudicaria moltíssim la imatge del govern espanyol més enllà de les fronteres.

»Després de repetir-me una vegada i una altra les mateixes paraules, i d'insistir jo en el perjudici que una acció policial podia comportar —potser feia una hora que parlàvem sense dir res de nou— em va deixar sol. Va trigar una bona estona, i quan va tornar es va seure davant meu i molt secament em va dir: «*Si salen de uno en uno y, a medida que vayan saliendo, se identifican, no tomaremos represalias*». Vaig intentar d'obtenir alguna garantia. Colèric, em va cridar: «*¡Garantías! ¿Qué garantías? Le ofrezco una solución más que generosa para los amotinados, y usted me pide garantías*». Es va tranquil·litzar i em va dir: «*Plantéelo a los amotinados y a sus cabecillas. No haremos más concesiones. Hoy queremos a todo el mundo fuera del convento. ¡Si no, entraremos!*»

Entre els que es trobaven reunits al pis del carrer Calvet hi hagué un moment d'esglai:

—La situació és delicada —digué Josep Benet—. Al convent hi ha persones molt significades, buscades per la policia. Damunt les espatlles d'alguns d'ells hi ha acusacions molt severes. . . Així que els identifiquin els empresonaran i, a alguns, els sotmetran a consell de guerra. . .

Es féu un silenci.

—No hi ha cap manera de fer-los fugir? —preguntà un dels assistents, un home baixet amb cara de preocupat.

—No! Impossible! El convent està absolutament encerclat. Podríem provar-ho de nit, però és molt perillós. A més, el governador civil vol tothom fora abans de la nit.

—Hem d'evitar que hi hagi trets —digué Benet—. Els trets són perillosos. Els fan a l'aire, diuen, però toquen a qui els interessa. Prou que ho sabem!

Novament es féu un silenci.

—No podríem fer passar per monjos els més compromesos, fins que tot passés? —preguntà un estudiant rosset amb un bigoti incipient.

—Has llegit massa novel·la negra. Això va de veres...

—Però...

—No, no és possible! —El prior va tallar la discussió—. M'han demanat una llista completa dels monjos del convent com a condició per ser rebut pel governador civil. Potser ja tenien pensada la solució que després de tanta estona m'han proposat. En sortir, el policia que m'ha acompanyat a la porta, m'ha dit: *«Y le exigimos que los monjes se mantengan al margen. Completamente separados de los amotinados»*.

—Caldrà fer una mica de temps, aviam com evoluciona tot plegat. A la plaça de la Universitat es compliquen les coses. Però al govern civil també. No crec que vulguin gaires detinguts. No els convé que aquest fet esdevingui una victòria de l'oposició.

I dirigint-se al prior, Josep Benet li digué:

—Moltes gràcies per la vostra col·laboració, pare. L'acompanyarem al monestir.

Cap a les tres de la tarda, començaren a aparèixer professors —no gaires, és clar— amb pa i xocolata. No n'hi havia per a tots. Però es va repartir com es va poder. Les corredisses, les agressions per part de la policia social, el llançament d'objectes, havien parat feia una estona. Tot tornava a estar tranquil. L'espera s'allargava. Uns quants representants improvisats dels estudiants que ens trobàvem al claustre s'havien reunit amb un capità de la policia i amb l'home del bigoti i el puro. Negociaven. Nosaltres, al claustre, asseguts a terra, amb molta gana, cantàvem, cridàvem, tremolàvem de por, esperàvem.

Finalment s'arribà a un acord. Eren més de la set de la tarda. Havíem resistit deu hores. Els companys, a Sarrià, ho tenien més pelut...

Vàrem sortir amb la cua entre les cames. No enteníem res del que havia passat. No aconseguíem comprendre cap dels seus arguments. La nostra proposta era concreta i estava ben elaborada. Podia fer molt de mal, però ells, els qui ens havien rebut, els qui decidien allò que calia fer, a qui calia donar suport i a qui no, l'havien rebutjada. Per a nosaltres, era totalment incomprensible!

Havíem perdut la batalla davant els capitostos, tres homes i una dóna. Els coneixíem. Els havíem vist moltes vegades davant nostre a les manifestacions. Sabíem qui eren. Tenien un nom. Se l'havien guanyat amb la seva lluita. Ells, en canvi, no ens coneixien. No sabien res de nosaltres. No érem ningú. Potser tres de tants i tants simpatitzants que formen els exèrcits, les multituds, la infanteria, els de la «lluita sorda i constant», com cantàvem a vegades plagiant Raimon. Érem anònims.

Haviem perdut una batalla, però ni la Marta, ni l'Andreu, ni en Miquel, ni jo, no estàvem disposats a perdre la darrera. Ho portaríem a l'Assemblea. Les decisions del Sindicat eren assembleàries.

La Caputxinada havia quedat enrere. Feia gairebé un mes. La solució no havia fet tant de mal com s'esperava. Algunes personalitats del món universitari — professors de prestigi com Aranguren, Tierno Galván i García Calvo— en varen sortir força perjudicats. Van perdre la seva càtedra. Però el Sindicat Universitari s'havia fundat i res no el podia fer morir. Almenys això és el que alguns crèiem. El SEU seguia sent qui tenia els menjadors universitaris i la cooperativa. No havia perdut influència. Calia fer quelcom per arrabassar-la-hi en part, llençar-li un torpedo a la línia de flotació, fer quelcom de concret que el debilités i que permetés actuar en contra seu sense haver-se de manifestar públicament i constantment pels carrers. Calia quelcom més concret. I això és el que nosaltres volíem aconseguir.

Quan la mesa ens va donar la paraula, vam exposar la nostra idea.

—Volem crear una cooperativa. La nostra pròpia cooperativa. Així tots els estudiants podrem fer el boicot a la cooperativa del SEU...

—Això, de moment, no és possible —va interrompre un dels membres de la mesa, sense respectar el torn de paraules.

—Company, nosaltres teníem la paraula —vaig dir.

Després seguint la línia del que deia abans que el company de la mesa em tallés, vaig preguntar:

—Per què no és possible? Hem buscat un local al carrer Aribau. El seu propietari està diposat a llogar-nos-el. No li fa por arriscar-se. Ens el lloga de franc fins que la cooperativa sigui rendible... Aleshores convindríem un lloguer just... d'acord amb els ingressos...

El company de la taula, em va tornar a tallar:

—Em sembla que no cal que continuïs, company. Això no es pot dur a terme.

—Que parli! Que parli! —van començar a cridar els que estaven amb mi en el projecte. Els seus crits van aixecar un clam.

—Que parli! Que parli!

—Deixeu-lo acabar! Deixeu-lo acabar!

Ens trobàvem reunits a l'Aula Magna. Devia ser l'Aula Magna de la pols i de la decadència. Era patètica. Era un voler i no poder. Uns cortinatges de vellut vermell emmarcaven els grans finestrals, com a les cases de pro del barri de Pedralbes. Aquestes, però, estaven totalment arnades i polsoses. La tarima estava corcada i, quan t'hi passejaves, els taulons s'aixecaven. Era, a més, plena de forats. Si et distreies, podies ficar-hi una cama. Tota ella era llòbrega de tan fosca com era. Els llums no feien prou claror. El sol no hi entrava gens ni mica de tan bruts com eren els vidres de les finestres. Les cadires estaven tan malmeses que, malgrat que l'Aula estava pleníssima, la meitat eren buides. No s'hi podia seure.

L'Aula Magna contribuïa, amb el seu aspecte vençut —com un decorat pensat per a l'ocasió— a ambientar aquella assemblea surrealista, que havia començat vençuda per la voluntat explícita dels qui la comendaven.

—Ja hem parlat amb alguns subministradors de material escolar —vaig seguir exposant—. Encara hem de parlar amb les editorials, però ja hi hem connectat...

—Com heu gosat? —exclamà un altre company de la taula, el segon començant per l'esquerra.

Tots l'admiràvem. Se la jugava constantment. Era un dels nostres ídols, un dels representants estudiantils més significats... Anys més tard me'l tornaria a trobar. Ocupava un lloc de responsabilitat a l'administració pública. Oh Déu, com canvia tot... Jo també havia canviat.

—És que potser no ho vàreu entendre? No us ho van deixar ben clar que havíeu d'abandonar la idea? —féu el membre de la taula que havia parlat, tot interrompent-me.

Sí —li vaig confirmar—. Això és precisament el que ens van dir, però no en vam comprendre les raons que se'ns van donar. És per això que ens va semblar que havíem de portar-ho a l'Assemblea, que és autònoma. Volem que l'Assemblea, com a òrgan màxim, ens escolti i voti lliurement la nostra proposta!

—Que parlin! Que parlin! —van dir els qui estaven a l'Aula Magna, amb un sol crit.

La taula es va mantenir tranquil·la, esperant que retornés la calma. Aleshores, el membre de l'esquerra que ja havia parlat abans, l'ídol, va dir:

—No els podem deixar parlar, sense deixar-vos clar per endavant què és el que realment planegen aquests que es diuen companys. Ens plantegen que donem suport a un negoci privat, personal, que no té el suport en absolut del Sindicat Democràtic d'Estudiants. Es volen aprofitar de la vostra bona fe, companys! Però nosaltres no ho

podem permetre! I no ho premtrem! Us volen fer creure que amb aquesta iniciativa, insisteixo privada, aconseguiran una millor implantació de l'SDEP, competint amb el SEU i la seva cooperativa...

—Res del que dius no és cert —vaig cridar tant com vaig poder. Ens havien ofès. Com aquell que no fa res, el company, l'heroi, havia embrutat unes intencions nobles, i alhora moltes hores de feina i de reflexió, dels meus companys, meva, i d'algunes persones que, desinteressadament, ens havien ajudat. Això no ho podia pas tolerar.

Es féu una mica de silenci que aprofità la Marta per parlar. Estava ben enfadada.

—Retira ara mateix les teves paraules. És una ofensa i no té cap mena justificació. Saps molt bé que les teves paraules són falses. Ets un mentider. Mai no m'ho hauria esperat de vosaltres, els que esteu a la taula, però molt menys de tu que tantes vegades has defensat la llibertat d'acció.

—Doncs no ho retito. És que potser no pensàveu fer un negoci privat?

—Sí, pensàvem fer-lo, però tu en saps la raó. Tu hi eres quan ho vam proposar als dirigents del Sindicat Democràtic. La seva resposta fou ben estranya: «Ara com ara el Sindicat no es pot fer càrrec d'un projecte com aquest... No té tancs!».

—I aleshores vosaltres, burgesos!, a desgrat de l'opinió dels dirigents del Sindicat Democràtic, vareu decidir convertir-lo en un negoci privat. Companys, podem permetre que, amagant-se darrere nostre, plantegin interessos particulars?



—No, no! Fora, fora!

—Votem la proposta dels companys —digué el qui presidia la mesa.

—Un moment! No tan de pressa! Abans ens heu d'escoltar! —Vaig cridar tan com vaig poder—. És que ja no es respecta la llibertat d'exposar les idees amb detall i sense interrupcions malèvols? Nosaltres —i així ho vàrem comunicar als dirigents sindicals— estàvem, estem, disposats a crear una cooperativa alternativa al SEU, però que sigui *la cooperativa del Sindicat*, i no pas, com us volen fer creure ara, la nostra cooperativa particular. Els vam proposar que el Sindicat era qui l'havia de crear i gestionar. Nosaltres havíem pres només la iniciativa, però era una iniciativa del Sindicat. No volíem pas guanyar-hi res.

»Això és, en tot cas, el que cal votar, companys! —vaig seguir dient sense gairebé ni respirar per tal que no em prenguessin la paraula—. Voleu o no voleu una cooperativa que pertanyi al Sindicat i que sigui una concreció de la nostra voluntat de rebuig al SEU? La voleu? Sí, o no? No hi ha res més a discutir, perquè no es proposa altra cosa que això que us acabo de dir!

—Sí... —van cridar molts.

—No, no és possible —van exclamar uns quants.

—Per què? Expliqueu-nos ben clarament, per què no és possible la creació, per part del Sindicat Democràtic d'Estudiants i Professors, d'una cooperativa alternativa a la del SEU?

—Mira que sou tossuts! —féu el company de l'esquerre de la mesa, l'heroi—. Us ho vam deixar ben clar! No ho podem fer perquè no tenim tancs!

—Però què hi tenen a veure els tancs amb tot això? No ho entenem! —digué la Marta, que seguia ben enfadada. Potser perquè la idea havia estat seva.

—Companys! El Sindicat Democràtic és, ara com ara, una gran victòria contra la dictadura de Franco, però alhora és fràgil, molt fràgil. No ens podem premetre cap mena de fracàs, ni de reculada. No podem ensopegar. Cada pas que faci ha de ser un pas endavant, un pas que ajudi a consolidar-lo.

—Això és precisament el que pretén la nostra proposta. Consolidar el Sindicat davant el SEU —digué la Marta, molt excitada.

—Ben al contrari. El debilitaria —li va respondre, sense dubtar-ho gens, l'heroi—. Els permisos haurien d'anar en nom d'un particular. Ho teniu clar això, oi companys!?... I, malgrat tot, un cop aquesta empresa del Sindicat amb nom privat hagués obert les portes, no podríem permetre que fos cremada pels falangistes, o pels feixistes... El Sindicat l'hauria de defensar contra els escorcolls policials, els accidents fortuïts —provocats, naturalment. I tot això ara com ara no ho podem garantir! Ens calen tancs! És que no ho veieu companys? No ens podem jugar el futur per la veleïtat d'uns companys que, potser, només potser, actuen de bona fe.

Darrere d'ell prengueren la paraula d'altres membres. Amb prou feines ens deixaven intervenir. A poc a poc el nostre projecte, un projecte fet amb il·lusió, amb ganes de contribuir a la consolidació del Sindicat Democràtic, es va convertir —en el pitjor dels casos— en un negoci de la burgesia que volia apuntar-se l'èxit del Sindicat en benefici propi. I, en el millor dels casos, era la proposta d'uns il·lusos, feta sense mesurar-ne les conseqüències,

que posaria en perill quelcom molt més sagrat, la pròpia existència del Sindicat Democràtic, una de les més grans victòries dels demòcrates en contra dels feixistes.

Vàrem perdre la votació. La Cooperativa del Sindicat Democràtic va avortar, i com tots els avortaments va ser oblidada ben aviat. Aquesta experiència, però, em va fer replantejar moltes coses. Els darrers tres anys només feia que replantejar-me la meva manera de pensar, la meva vida, la meva formació personal i intel·lectual.

Els jesuïtes de Sarrià m'havien ensenyat molt bé les matèries del batxillerat, i això els ho deuria tota la vida. Sense ells la meva vida probablement hauria estat molt diferent. Però, pel que feia a la situació política i a la resposta que cada un de nosaltres havia de donar davant la societat concreta en què vivíem, la qüestió era molt diferent. Els jesuïtes, com els de casa, ho havien obviat. Una resposta de fe, acompanyada d'aquell concepte de caritat completament indestruïble de la compassió envers els qui eren inferiors, menys capacitats, menys dotats, era suficient. Els havíem d'ajudar des de la nostra posició superior, però no calia fer res per canviar la situació. N'hi havia prou amb la fidelitat a les creences dels nostres pares —«Deu-me la fe dels meus pares, deu-me la fe dels meus pares, deu-me la fe dels meus pares, pot ser el que em manca a mi». Fe, catecisme, i litúrgia. Heus ací el cercle complet. I això és el que fèiem des de la Congregació mariana a la qual, en un desig romàntic d'ajudar, ens havíem apuntat, pensàvem que lliurement. Quin cúmul d'errors! El Domund, la recollida de menjars i joguines per als més pobres pels volts de Nadal, les classes de catecisme amb pa amb xocolata i cinema a les sis de la tarda dels diumenges a la barriada de Verdum ...

A la Universitat vaig descobrir el fet polític. La *polis hu-mana* en contraposició amb la *polis divina*. Vaig descobrir l'home i el dret a gaudir de totes i cada una de les seves llibertats. Vaig descobrir que moltes —totes— les llibertats estaven disminuïdes per la voluntat d'un sol home, un dictador, el general Franco. N'havia sentit a parlar moltes vegades, però sempre com d'un heroi que ens havia deslliurat dels anarquistes i els seus assassins, d'una situació de revolta intolerable. Ell havia *salvat* Espanya d'una mena de terror de la classe obrera anarquista en contra d'una burgesia civilitzada, que creava llocs de treball i feia que el país fos més ric, més acceptable, més modern.

A la Universitat vaig descobrir que em calia decidir en quin món volia viure. En un món humà, fet de i per éssers humans lliures, amb les limitacions pròpies de la condició humana, o en un món diví —de lleis divines— que, de fet, no era d'aquest món. La decisió no va ser gens fàcil. Les rèmores eren moltes, familiars, educatives, ideològiques... Però la lectura de nous llibres fins aleshores prohibits m'hi va ajudar molt. Vaig llegir fragments de Marx, Èngels, Fromm, Camus, Sartre i, sobre tot, Mounier, el diari d'Anna Frank —entre molts d'altres. Em van ajudar a entendre que érem humans! Érem responsables de la defensa dels nostres drets, de les nostres llibertats, de la nostra llengua i de la nostra cultura. Érem una nació i l'havíem de defensar perquè ningú no ho faria per nosaltres. Ni les institucions espanyoles, ni tampoc les internacionals, com ara l'ONU, i molt menys encara l'Església com a institució. Vaig descobrir que hi havia capellans —els capellans comunistes, els deien— que, amb la seva vida i testimoni, s'enfrontaven a una visió apolítica de la religió. Des de tots els vessants, ca-

da un de nosaltres havia de fer la «seva lluita sorda i constant», sense fisures, i voluntariosa.

Però, com dur a terme una lluita d'aquesta magnitud de manera profitosa per a tots? Aquesta pregunta em va preocupar força temps, fins que vaig descobrir l'existència dels partits polítics. Uns eren ideològicament afins a la doctrina cristiana i d'altres se n'allunyaven més. Alguns fins i tot —de primer els vaig considerar molt perillosos— eren comunistes. Els jesuïtes ens havien deixat ben clar que el comunisme era una doctrina condemnada per l'Església, atea, destructora de les llibertats, dogmàtica, dictatorial... Conèixer i decidir quina ideologia política podia ser la més benefactora, em va dur una mica de feina. Finalment vaig descobrir el PSUC i també CCOO. Defensaven els drets dels més febles, dels treballadors, dels catalans, sempre que l'ocasió ho demanava. Eren perseguits i empresonats, però seguien endavant. Res no els feia por. Tota aquesta recerca vital l'havia de compaginar amb els cursos de primer —el *curso selectivo*— i segon, ja només per a matemàtics i físics. Amb les classes particulars. I amb el cinema, la lectura, el festeig...

Però finalment m'havia decidit. M'afiliaria a un partit d'esquerres moderat. —Els partits extremistes, ho he de reconèixer, em feien basarda. Tenia una formació de dretes.— M'afiliaria al PSUC. Per fi ho havia resolt! Però, com diu la dita, «Mai no s'ha de dir blat fins que és al sac i ben lligat».

L'Assemblea em va obrir novament els ulls. Darrere de la defensa de les llibertats —un fet innegable— s'hi podien amagar postures dogmàtiques, postures que vulneren allò que diuen defensar. Interessos partidistes poden imposar-se als interessos del conjunt, i fins i tot a

les propostes i il·lusions d'una minoria. Novament la qüestió del respecte a les minories. M'havia adonat que un dels punts més delicats en tota defensa de les llibertats és que les majories sòlidaments establertes i que, naturalment, detenen el poder respectessin les minories, gairebé sempre molt més febles: els negres, les dones, els minusvàlids, les nacions sense estat... Ho vaig veure clar! Els partits forts menyspreaven les minories, els corrents d'opinió. Exigien un sotmetiment total a les directrius emanades del comitè polític. Si em feia d'un partit hauria de combregar amb rodes de molí, unes rodes diferents de les petites rodes amb què combregava a la capella de l'escola, però en definitiva rodes.

Jo el que volia era, per damunt de tot, romandre fidel a mi mateix, a les meves pròpies idees i opinions. Lliure per defensar les llibertats —totes les llibertats—, la democràcia —que acabava de descobrir i em fascinava—, la llengua i la cultura, quan em semblés oportú. I mai —ni aleshores ni més tard— no em vaig afiliar a cap partit polític. Vaig procurar ser present —amb una presència grisa, sorda i constant— quan va caldre defensar el dret, la llengua, la llibertat i, molt més greu encara, una vida llevada injustament per l'ànsia de poder dels feixistes que governaven.

El desengany fou molt fort. Però, de moment, em quedaven les matemàtiques. Ara que, fruit de l'Assemblea, el projecte de la cooperativa no anava endavant em quedava més temps per dedicar-me a l'estudi d'aquella disciplina apassionant. Hi dedicaria tota la meva atenció.

## Capítol 9

### Magister

On pus perfecta és la obra, major significança  
dóna de la saviesa del mestre que l'ha feta.

RAMON LLULL

El primer dia de classe, el professor d'àlgebra —el mateix professor d'àlgebra que moriria tot fent classe el darrer dia del curs d'aquell any que jo era elegit per a un càrrec acadèmic, trenta anys més tard— ens havia fet un programa de l'assignatura, que posava de manifest les parts més boniques. «I, després de la teoria de cossos —va dir— podrem desenvolupar amb naturalitat la *teoria de Galois*». L'esperàvem amb ansietat. El curs es desenvolupava parsimoniosament, lentament, amb aquella capa d'avorriment que sempre acabaven tenint els cursos de nou mesos.

Però, en aquell curs de tercer, no vàrem pas veure ni de lluny l'esmentada teoria. Les vagues dels estudiants, en defensa de les llibertats, del Sindicat Democràtic, de la

democràcia, de les institucions, i les dels professors pel retard en el cobrament dels sous, per les condicions inacceptables d'interinitat, per l'expulsió d'uns companys catedràtics de la Universitat espanyola a causa de la seva defensa de la llibertat sindical, van fer que el curs fos ben minso. El doctor Mallol va haver de reduir dràsticament el programa i la teoria de Galois en va rebre, un cop més, les conseqüències. Fou com si el destí del jove matemàtic planés damunt d'aquell curs acadèmic ple de política.

Vaig trigar encara dos anys a rebre les primeres lliçons sobre la teoria de Galois. I la presentació que se'ns va oferir va ser absolutament teòrica, completament allunyada de les intuïcions enormement riques que té la teoria. Ara, amb la distància que donen els anys i vista la meua capacitat per intuir més enllà d'allò que m'ensenyaven, em pregunto què hauria entès, si l'any del Sindicat, el doctor Mallol, hagués disposat de prou temps per explicar-nos tot l'entrallat de la teoria de Galois. És que, potser, en tots els meus anys d'estudi m'havia fet mai cap pregunta que em permetés una comprensió clara, intuïtiva i profunda de la teoria del jove matemàtic francès? No, mai no me n'havia fet cap. No en sabia res de res, jo, de la *teoria de les equacions polinòmiques*. No en sabia res de res, jo, d'Abel i de Galois. No sabia ni qui eren, ni tampoc que havien mort molt joves, massa joves.

El fet que el programa d'àlgebra quedés escurçat va ser una nova frustració que, encara que justificada per la situació política de la vida universitària del moment, no per això era menys frustrant. Contra els qui, pels carrers, al barri, i fins i tot a casa, deien: «Amb l'esforç que costa un universitari ben format, ells perden el temps amb totes aquestes bajanades... més valdria que



traballessin», hi havia la nostra frustració cada cop que alguna part de les matemàtiques quedava sense explicació, o amb una explicació deficient. Quantes vegades no ens n'hauríem de lamentar! Certament, les activitats que feien que el curs no avancés eren importantíssimes, perquè preparaven el futur polític de Catalunya i d'Espanya, un futur, d'altra banda, no gaire llunyà. Certament, en la vida d'un jove —encara que sigui un jove universitari— no tot és estudiar. Hi ha moltes altres activitats que no poden ser desoïdes. Però, tot i així, aquell curs —el curs del Sindicat Democràtic— no vaig aprofundir l'àlgebra tot el que hauria fet falta!

El «Cejas» —o si ho preferiu el senyor Tomàs— ho havia deixat ben clar el primer dia de classe.

*—Este año me han asignado el curso de matemáticas. Yo soy profesor de historia y, la verdad, las matemáticas las tengo muy olvidadas. Por esto espero que me ayuden, al máximo, en todo lo que puedan. Cuando uno de ustedes se considere preparado para exponer alguno de los temas que les iré indicando por adelantado para que se lo estudien en su casa por su cuenta, le permitiré que salga a la pizarra y lo exponga a sus compañeros...*

Aquell tercer de batxillerat —per a mi, era el segon curs als jesuïtes— va ser d'allò més apassionant. Vaig descobrir-hi una llengua —el llatí que m'apropava als clàssics— i un llenguatge —l'àlgebra, que em permetia de resoldre problemes que altrament m'hauria estat molt difícil de resoldre i, en alguns casos, impossible. Però, a més de tot això, vaig descobrir la passió per explicar les coses que descobria als altres, als companys. Era apassionant, però no era fàcil. Quan et semblava que ja

ho havies entès del tot, una pregunta d'un company o del «Cejas» et deixava clavat en la teva incomprensió.

—*Por qué una ecuación de segundo grado a veces tiene veces una y a veces ninguna?* —em va preguntar un bon amic, en Joan Querol. Jo de moment no vaig ensopegar-hi. El «Cejas» ja ens ho havia dit: *«Este curso daremos las ecuaciones de primer grado, los sistemas de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, y también las ecuaciones de segundo grado. Así adelantaremos materia para que, en cuarto, puedan repasar con más tranquilidad, en vistas al examen de reválida»*. Vaig reflexionar la pregunta que m'havia fet en Joan. Va passar ben bé una setmana fins que vaig trobar-hi una resposta satisfactòria. Érem al pati, però no jugàvem. De fet no ens agradava jugar a futbol. *«Hay que correr. Hay que jugar. Hay que liberar energías. A su edad esto es muy importante»*. Però a alguns no ens agradava ni córrer, ni xutar pilotes, ni res de tot allò. Ens trobàvem en un racó del pati i xerràvem. Ens explicàvem la darrera pel·lícula que havíem vist, o bé on havíem anat el diumenge, o bé com era aquella noia amb la qual ens creuàvem quan veníem al col·legi. Li vaig dir:

—Joan, ja ho tinc. Fixa-t'hi bé. Una expressió de segon grau representa una paràbola. La podem dibuixar, un cop fixats uns eixos adequats. Resoldre l'equació és el mateix que trobar els punts en què la paràbola talla l'eix d'abscisses. Ara bé, quines són les possibilitats de tall?

—Que la paràbola talli la recta en dos punt, que la toqui en un sol punt —és el cas de la tangència—, o bé que no la talli en cap punt. —M'ho va contestar de seguida com si ja ho hagués pensat pel seu compte. Em va deixar una mica perplex.

—Exacte! —faig dir-li, potser una mica decebut.

—Sí, però això no aclareix la pregunta que jo em faig —va dir en Joan—. Jo voldria saber si hi ha alguna raó de tipus algèbric, que no necessiti la geometria.

No vaig saber que dir!

Al vespre, mentre sopàvem, vaig contar l'experiència als de casa. Els vaig dir que m'apassionava això d'ensenyar, però que era ben difícil. El pare llegia —com sempre—, com si no hi fos. Al cap d'una estona —quan hagué acabat de llegir el capítol— em va dir:

—Valeri, la paraula *mestre* ve del llatí *magister*. Significa «tres vegades més». Ningú que no sàpiga tres vegades més que aquell a qui ensenya no pot ser mai un bon mestre. Fill, —va continuar, mentre jo el mirava astorat— si realment et vols dedicar a ensenyar, hauràs d'aprendre molt més que no pas un altre. Hauràs d'aprendre tres vegades més que qualsevol dels teus companys.

»Això que el senyor Tomàs —no m'agrada que li diguis «Cejas», els mestres s'han de respectar— fa amb vosaltres és molt formatiu perquè us obliga a reflexionar, i això sempre és bo. Però té una part dolenta. Us fa ser mestres i això és molt difícil, jo diria que fins i tot és excessiu per a la vostra edat. Tingues-ho sempre molt present i no permetis que l'experiència d'aquest curs d'àlgebra et provoqui massa angoixa. Quan no entenguis alguna cosa, diga-m'ho. La pensarem plegats...

Jo ho tenia clar. Seria mestre. Res ni ningú no m'ho impediria. Però, de què?

Van passar dos cursos i em vaig trobar fent cinquè. El curs em va resultar molt avorrit. Les matemàtiques —combinatòria, logaritmes, nombres complexos, trigonometria— eren força senzilles, gairebé tot eren receptes de memòria. No vaig ser capaç de captar la profunditat d'algunes de les eines que em posaven a les mans. No vaig ser prou hàbil per copsar el vincle íntim que hi havia entre la matemàtica —que cada vegada m'agradava més— i el dibuix lineal —que em terroritzava. Per què ningú no m'hi va ajudar? És que no calia? Potser s'esperaven que fos prou madur per lligar-ho pel meu compte?

A tercer m'havien ensenyat a resoldre equacions de primer i de segon grau. Aquestes darreres es resolien mitjançant una *expressió algèbrica estàndard*, en la qual només intervenien els *coeficients del polinomi*, les quatre operacions aritmètiques elementals —la suma, la resta, la multiplicació, i la divisió—, i finalment l'extracció d'arrels quadrades. Així, sense tanteig de cap mena, podíem resoldre qualsevol equació de segon grau, i obteníem totes les arrels *possibles*. Quan l'arrel quadrada no existia, era que l'equació no tenia solució.

Ara, a cinquè, tot canviava. Els *nombres complexos* ho canviaven tot. Quina cosa més curiosa, qualsevol nombre tenia tantes arrels com indicava l'índex de radicació. Tot nombre —fos positiu o negatiu— tenia dues arrels complexes. Això permetia d'afirmar que tota equació polinòmica de segon grau sempre tindria dues solucions, que podien ser, això sí, iguals o diferents.

Ara podria haver respost la pregunta que, dos anys abans, m'havia fet en Joan:

—Ja ho tenim. Les equacions tenen les solucions en certs dominis numèrics. Segons el domini que agafem,

tindrem o no solucions. Si el domini és massa pobre, els nombres reals, per exemple, algunes solucions no hi seran, perquè algunes arrels quadrades no hi són. Però si ampliem el domini numèric, pot esdevenir que ara sí que hi siguin. Tot depèn doncs del domini en què volguem resoldre l'equació que se'ns proposa. Ho veus?

Això és el que li podria haver dit a en Joan, si jo mateix me n'hagués adonat. Però dissortadament no va ser així. I, si me n'hagués adonat, de ben segur que m'hauria preguntat què passava amb les altres equacions polinòmiques —amb les de tercer, quart, cinquè... graus. Nosaltres les resolíem amb un giny molt divertit, però una mica atzarós: la *regla de Ruffini*. Per tanteig. Era difícil trobar-ne les solucions, amb aquest algorisme. Només aconseguies trobar-les si algú havia «pensat» molt bé l'equació, però si volies resoldre'n una a l'atzar, segur que no aconseguies pas cap arrel.

Per què no se m'acudí preguntar-me si per a aquestes equacions, més sofisticades, hi havia expressions algèbriques estàndards de resolució, com passava amb les de segon grau? Potser vaig fer massa confiança als meus professors, i vaig pensar que si m'hagués estat necessari saber-ho m'ho haurien dit. Potser vaig pensar que m'ho haurien dit, en cas que l'expressió hagués existit. O potser, no vaig pensar res. Com tantes i tantes vegades, em va fallar l'olfacte.

Per què no em van ajudar a educar l'olfacte? És que no sabien que als matemàtics els va costar molt —haurien d'esperar fins al segle XVI— fins que dos matemàtics italians del renaixement, Tartaglia i Cardano, trobesin la manera estàndard de resoldre una equació cúbica —de tercer grau— mitjançant expressions algèbriques dels coeficients, les quatre operacions elementals, i l'ex-

tracció d'arrels quadrades i cúbiques? Per què no ens ho van dir? És que no sabien que també van trobar la manera estàndard de resoldre les quàrtiques —les equacions polinòmiques de quart grau— per mitjà d'una expressió algèbrica amb radicals dels coeficients?

No ho sé. El que sí sé és que jo vaig trigar molt temps a saber-ho. Massa temps! Ningú no m'ho va dir. No ho deia cap d'aquells llibres de matemàtiques del batxillerat. No ho vaig saber fins que fent segon curs de matemàtiques, ben atzarosament, ho vaig trobar en un llibre d'àlgebra. «Tot és als llibres», ens deia sovint un professor de probabilitat de la facultat. El fet em va sorprendre. Que ignorant que arribava a ser. I ho vaig preguntar als companys:

—Escolta'm —els preguntava— tu sabies que les cúbiques i les quàrtiques són resolubles amb expressions anàlogues, però més complicades que les que es fan servir per resoldre les de segon grau?

La resposta fou, llevat en el cas de la Carme i d'en Pere, negatives. Aquest dos eren casos especials. Sempre ho sabien tot. Sempre ho entenien tot. Eren bons companys i t'ajudaven en tot el que els demanaves. Recordo que un dels companys, en Navarro, va voler veure'n la fórmula. Tots dos vam anar al seminari —així és com li dèiem a la biblioteca, sense que sabéssim el perquè— i la vam buscar en aquell llibre francès, titulat *Mathématiques spéciales*. El que hi vam trobar va apassionar-lo. Volia saber com es feia i per què. Hi vam esmerçar ben bé la meitat de la tarda, fins i tot vàrem fer alguns exercicis senzills. Però cap dels dos no ens vam preguntar:

—I què passa amb les equacions de cinquè grau? I amb les de graus encara més grans?

Bé, jo no m'ho vaig preguntar. Si en Navarro s'ho va preguntar, no m'ho va dir. Sabíem —ens ho havien dit quan fèiem el *curso selectivo*— que:

Tota equació polinòmica amb coeficients reals o complexos té tantes solucions complexes com indica el seu grau.

La demostració que vàrem seguir al *selectivo* era la mateixa que havia elaborat Pierre-Simon de Laplace a les seves *Leçons a l'École Normale*. Jo —si en Navarro ho va copsar, no me'n va dir res— no vaig ser pas capaç de distingir entre el fet de saber que una *equació té solució* i el fet de *disposar d'un mètode estàndard de càlcul*. Potser si hagués estat capaç de copsar aquesta diferència —no sé si en Navarro la va copsar—, m'hauria pogut fer una pregunta clau:

Sé que una quintica té cinc solucions complexes. Existeix un mètode per determinar-les? Aquest mètode és una expressió algèbrica estàndard —sumes, restes, multiplicacions, divisions— dels coeficients del polinomi, més l'extracció d'algunes arrels?

Aquesta és una pregunta que tot matemàtic s'hauria de fer tard o d'hora! I, naturalment, és una pregunta que la comunitat de matemàtics es féu, un cop assolida la resolució de la cúbica i de la quàrtica. Però la resposta es féu esperar. Els matemàtics s'havien plantejat un d'aquells teoremes negatius que tant sorprenen quan comences a estudiar matemàtiques, i que tan difícils són, en general, de demostrar. El primer intent de demostració el féu Paolo Ruffini, però era una demostració poc refinada, amb llacunes importants. Uns anys més tard, el matemàtic noruec Niels Henrik Abel qui establiria que:

No hi ha una expressió algorísmica per radicals que serveixi per resoldre totes els quíntiques.

Un teorema negatiu! Per demostrar-lo cal provar que quelcom —i aquest quelcom abraça una *infinitat de possibilitats*— no és possible.

Recordo molt bé quan vaig descobrir l'obra i la persona d'Abel. Sobretot la persona. Em va impressionar molt la seva vida, quan la vaig descobrir llegint un petit llibret de Francisco Vera, *20 vidas de matemáticos*. L'autor sud-americà intentava, plagiant Plutarc, fer deu parelles de vides paral·leles de matemàtics occidentals. Un dels paral·lelismes s'establia entre Abel i Galois. No vaig poder entendre que no trobés cap mena de suport entre els matemàtics de la seva època. No podia comprendre que Cauchy —quan l'anà a veure a París perquè estudiés la seva obra—, no s'adonés de la importància del seu resultat. El motiu no podia pas ser l'enveja. Cauchy no necessitava envejar ningú, perquè ningú no li podia fer ombra. Per què no era, doncs, més generós amb els més joves? No ho podia entendre. Era massa jove, jo també encara! Els anys, dissortadament, m'han fet conèixer tota mena d'actituds entre els qui s'anomenen col·legues: actituds d'enveja, de plagi, de menyspreu, de respecte, d'idolatria, d'amistat, de confiança, de col·laboració, de dependència, de personalisme, d'individualisme... He conegut professors i investigadors generosos amb els seus deixebles, que es realitzen també en l'obra dels deixebles. Com deia «el jefe» —li dèiem així— «un mestre es reconeix en els deixebles que deixa darrere seu, i sap que ha estat un bon mestre quan alguns d'ells, com més millor, l'han superat». Quantes vegades, durant la meva massa llarga vida acadèmica, he recordat aquestes paraules del meu entrenyable mestre



Francesc d'Assís Sales!

El curs del Sindicat —el meu tercer curs de la llicenciatura de matemàtiques— va ser molt apassionant des de molts punts de vista, però no vàrem donar la teoria de Galois. Tot estava a punt, però en va mancar el temps. Si l'haguéssim donat, hauria estat capaç de lligar tantes i tantes idees soltes que havia acumulat des de tercer de batxillerat? No ho sé pas. El que sí puc dir és que jo no vaig ser pas capaç de fer-ho tot sol. No vaig ser capaç ni tan solament de fer-me les preguntes. Preguntes d'altra banda senzilles:

La quintica és resoluble per radicals?

Hi ha quintiques —com ara  $z^5 = 1$ , que equival a trobar les arrels cinquenes complexes de la unitat— que són resolubles per radicals . Hi ha algun criteri que em digui quan una quintica és resoluble per radicals i quan no ho és?

I finalment —jo ja feia cinquè de matemàtiques i, gràcies al doctor Vaquer, havia descobert que el català era tant bo com el castellà per fer-ne i per comprendre-les— vaig assistir al curs en què el «Chiqui», seguint un text de l'Artin, donava la teoria de Galois. Em vaig quedar totalment *in albis*. Formalment tot era correcte. Però no vaig aconseguir captar cap de les intuïcions que la teoria amagava dins seu.

Me'l mirava amb respecte, allà al capdamunt del carrer Mandri.

—Carat d'home! —vaig pensar.

Mai més no n'havíem tornat a parlar. Ja feia alguns anys. Jo estava fent sisè de batxillerat i ja havia decidit que estudiaria matemàtiques.

—Recordes que un dia et vaig dir que el mestre és aquell que sap tres vegades més? —em va preguntar el pare, tot de sobte.

Estàvem asseguts al «bar d'en Joan». Ell es feia netejar les sabates —li agradava dur-les ben llampants. Jo prenia cervesa i ell un «cafè llarg en un vas, com sempre, i amb molt de sucre», tal com havia dit al cambrer.

—Ho recordo molt bé! Hi he pensat moltes vegades. M'ha ajudat a decidir el que volia ser i fer —li vaig dir.

—Bé, doncs, aviam si em saps respondre una pregunta.

Li agradava fer-nos preguntes, tant como jo les odia-va. Li agradava fer-nos resoldre enginys de tota mena —treure anelles de ferros, fer jocs de mans, plantejar endevinalles i tota mena de paranys, dels quals ell sabia la solució i la resposta— sobretot si pensava que no en seríem capaços. Li permetien mostrar-nos que el seu cap funcionava bé, força millor que no pas el nostre. Els meus germans estaven sempre més ben disposats que no pas jo, però jo sempre vaig tenir la sensació —vanitat de vanitats!— que me les feia només a mi, aquelles preguntes capcioses.

—Aviam digue'm. Quina relació hi ha entre dibuixar amb regle i compàs i l'àlgebra?

La veritat, no me l'esperava aquella pregunta. De fet, mai no me les esperava! Em vaig quedar en blanc...

—No t'entenc —li vaig respondre.

—Dons la pregunta és ben clara. Quina mena d'àlgebra fas quan fas servir el regle i el compàs? Quina àlgebra feies servir quan, el curs passat, feies aquelles làmines de dibuix lineal? —va insistir.

Era un home ben curiós. Seblava que no hi era, que estava absent, però mai no li passava res per alt.

—Home! Quan feia les làmines de dibuix lineal, no en feia pas jo, d'àlgebra. Feia geometria. —Vaig respondre massa de pressa, un xic molest per la pregunta.

Havia d'haver pensat la resposta amb més calma. Igualment no l'hauria sabut, però hauria atinat que hi havia un parany i, potser, hauria evitat caure-hi de quatre grapes. Les seves preguntes em posaven nerviós i em bloquejaven molt més del que era habitual en mi. Ell ho sabia, n'estic ben convençut!

—Coneixes René Descartes? —em va preguntar tot canviant de tema.

—Sí —vaig respondre quan encara no havia acabat de fer-me la pregunta. Estava satisfet de poder-li demostrar que jo també sabia alguna cosa—. L'hem estudiat fa pocs dies a classe de filosofia. Ens han fet llegir el *Discurso del método* i també hem estudiat la *teoría de los vórtices*. Jo, la veritat, tot plegat ho he trobat una mica infantil.

Això no ho havia d'haver dit. Era perillós. Li donava tema per a la controvèrsia. Jo l'odiava, la controvèrsia, tant com ell hi fruïa. Vaig afegir, ràpidament, per tal d'introduir un nou tema.

—A més, a matemàtiques, fem geometria analítica i el professor, el senyor Fernández, ens ha dit que és una creació de Descartes.

Ell em va mirar amb aquells ulls burletes, i em va dir:

—Noi! Com sempre, t'has precipitat a l'hora de contestar. Si estàs fent geometria analítica has d'haver-te adonat que fer geometria pot ser equivalent a fer àlgebra. Si no te n'has adonat, sí que seràs un bon matemàtic, tu. —Va somriure. Com xalava!— T'ho torno a preguntar: «Quina àlgebra fas quan fas dibuixos amb regla i compàs?»

—La veritat, ara no hi caic —li vaig respondre, després de fer veure que hi pensava un xic. Era el millor que podia fer. De segur que no me'n sortiria pas, d'aquella. Assegut a un bar, sense llapis ni paper, sense cap exemple concret on fixar l'atenció i collir les intuïcions que pogués amagar la pregunta, estava ben perdut. Jo ho sabia, i ell també, el murri.

—Aquí tens l'exemple d'un mestre. Un home que hi veu tres vegades, allà on la resta no hi veu més enllà del propi nas. Aquests dies, saps, —em mirava fixament— he tornat a llegir *La Géométrie*...

Va callar un moment, com si reflexionés.

—M'has dit que heu estudiat el *Discours de la méthode*?

Aleshores, féu un incís,

—Per cert, les obres sempre és millor citar-les en la llengua original. Bé, per poc que es pugui. Al cap i a la fi no han estat pas escrites en castellà per haver-les de citar en castellà. —S'aturà—. Però tornant al que et deia. Has llegit alguna part dels *Essais* que acompanyen el *Discours de la Méthode*?

—A quins assajos et refereixes —li vaig preguntar. Li agaradava que li preguntés quelcom que li permetés de lluir-se, d'escoltar-se.

—No saps que el *Discours* és simplement la introducció dels tres famosos assajos científics de Descartes?

—No, no ho sabia —vaig haver de reconèixer.

—Però no m'has dit que també havíeu reflexionat sobre la teoria dels vòrtexs. —Semblava sorprès—. On l'has llegida aquesta teoria?

—Al llibre mateix de filosofia hi havia la reproducció d'un text de Descartes. Ocupava ben bé tres pàgines. El text corresponia als *Principios de filosofía*... No sé com es diu en francès.

—Bé, bé. Doncs cal que sàpigues que el *Discours de la Méthode* és un pròleg que Descartes va fer a tres *Essais*: *La Géométrie*, *La Dioptrique*, i *Les Météors*. En cada un, Descartes estudia una disciplina diferent.

Ell sempre havia de saber més. Mai no et deixava ni la més petita possibilitat de refer-te.

—A *La Géométrie* és on Descartes desenvolupa moltes de les seves grans intuïcions sobre geometria. Els autors diuen que és en aquesta obra on inventa la geometria analítica, però jo crec que inventa la *geometria algèbrica*, una de les disciplines que hauràs d'estudiar quan facis matemàtiques.

Es va interrompre un moment. El cirabotes ja havia acabat de netejar-li les sabates que lluien d'allò més, i esperava els diners. El pare els hi va donar i hi va afegir una bona propina.

—Fixa't bé en el títol del primer dels llibres de *La Géométrie*. —Féu una petita pausa—. En té tres de llibres, però només et parlaré del primer. Es titula precisament *Dels problemes que es poden fer amb regla i compàs*. —Novament féu una pausa—. Em sembla que

et convindria llegir-lo, aquest llibre. Em sembla que el podràs entendre perfectament. Saps què hi trobaràs? Hi trobaràs que, a la geometria del regle i el compàs, li correspon l'àlgebra de segon grau i a l'inrevés. Llegeix-lo! El teu pare t'ho recomana!

Li agradava això de dir «el teu pare això; el teu pare allò altre». I aleshores, com era corrent en ell, es va desentendre de la qüestió. Ja havia dit el que volia dir! Va agafar el diari i es va posar a llegir-lo. Quina llàstima que jo no hagi estat capaç de dir-li:

—Escolta pare! Que saps si hi ha una àlgebra vinculada a la papiroflèxia? Que saps quina és?

Però no vaig poder. No tenia ni la més lleugera idea que darrere la papiroflèxia hi hagués cap mena de geometria, i molt menys si li corresponia o no una àlgebra.

Aquella nit i les següents vaig pensar moltes vegades en la conversa sobre la geometria i l'àlgebra. Com més hi pensava més em convenia que l'important, com deia el pare, no era saber tres vegades més. El que realment importava era aconseguir tres punts de vista d'una mateixa qüestió i ser capaç de relacionar-los. Un bon mestre era el que tenia tres bones perspectives, i un sistema per passar de l'una a l'altra.

Mentre passaven els segons, abans de començar a llegir el que seria la meva darrera lliçó, m'havien passat tots aquests records per la ment. Em semblava mentida! Quina és la velocitat del pensament! Supera la velocitat de la llum? És instantani?

És cert que molts d'aquests records els havia forçat mentre preparava la lliçó, però ara molts més s'havien acu-

mulat al pensament. I vaig ser ben conscient que, de ben jove, havia pres la decisió de ser professor. No vaig triar gaire a decidir que seria professor de matemàtiques. I, si ho podia aconseguir, un professor de la Facultat de Matemàtiques. Hauria de ser capaç de *veure* les matemàtiques amb els ulls de la intuïció, i molt més difícil encara de transmetre aquesta manera de mirar. Hauria de poder suscitar problemes i teoremes des de moltes perspectives alhora. Mai no he sabut ben bé si ho he assolit. Espero haver-ho aconseguit encara que només sigui una mica perquè, si no, la meva vida fóra un fracàs massa gran.

Els aplaudiments —preàmbul de la meva darrera lliçó— i la decisió del senyor rector de triar-me, em fan pensar que sí que ho he aconseguit. N'he d'estar satisfet. I, si he de ser sincer, n'estic. Justifica molts esforços i també molts desenganys. Tanmateix no em puc queixar. He fet el que realment he volgut, i he gaudit fent-ho. Això sí, he de reconèixer, ara que la meva vida acadèmica arriba al seu final, que m'he hagut d'alçar damunt les espatlles de molts i molts gegants. És a ells a qui, realment, dec l'èxit que hagi pogut tenir la meva vida com a docent. A ells i a la seva tasca creadora!





## Capítol 10

### La política...

Res no pot anar bé en un sistema polític en el qual les paraules contradiuen els fets.

NAPOLÉÓ

Havia demanat que vingués. L'havia rebut al despatx privat, aquell despatx luxós que mantenia amb la seva fortuna personal. Amb finestrals amplis, típics del Quai d'Orsay, vestits amb els cortinatges típics de l'alta burgesia de París. Les parets estaven plenes de llibres. Ningú no sabia si els llegia, ni si els havia llegit en algun moment de la seva vida, però això no es podia pas descartar. Era un home culte, instruït i subtil, cosa que sobtava més d'un.

L'esperava, assegut a la taula de fusta noble. Una taula que el separava físicament —i molt més important encara— psicològicament, tàcticament, dels qui el visitaven. Ell, en Lucien De la Hodde, tan acostumat a intimidar els altres quan calia, se sentia una mica incòmode en

la seva presència. I el pitjor era que sabia que ell, que l'havia fet cridar a la seva presència, ho sabia.

—Seieu! —li va manar, més que no pas dir.

Es va asseure, escarxofant-se com feia sempre. Una posa d'indolència que deia a qui tenia al davant, «Tot això em rellisca, no té res a veure amb mi». Però ara, malgrat mantenir-la, potser per costum, sabia que no li serviria de res. El va mirar fixament als ulls, amb els seus ulls grisos, freds. Si no l'hagués conegut tan bé com el coneixia, podria haver pensat que estaven morts. Mai no manifestaven cap sentiment, cap sensació, cap emoció, cap torbació. Res de res! Però, amb tot, eren molt vius.

—I doncs què és el que ha fallat?

Havia llegit els diaris de París, i els breus comunicats que hi apareixien no semblava pas que els haguessin de preocupar. Almenys, així ho creia.

—No l'entenc. Simplement, el duel no s'ha fet. S'hi deu haver repensat a darrera hora. No me n'ha dit res.

—Com que no s'ha fet el duel? No solament s'ha fet el duel, sinò que no ha passat desapercbut, com havíem planejat. És que no llegiu els diaris? És que no heu llegit *Le Précursor*?

No, no l'havia llegit. Era un pamflet de Lió que no semblava gaire influent. No valia la pena llegir-lo. Però, pel que semblava, el prefecte de policia no pensava pas el mateix. L'havia llegit. I tant si l'havia llegit.

Li va passar el pamflet i exclamà amb fredor

—Llegiu, home, llegiu!—. No va aixecar la veu ni un pèl més de com l'havia mantingut fins aleshores, però les seves paraules eren un crit, un reny.

De la Hodde va llegir el pamflet que li havia lliurat *mon-sieur le préfet*. No podia entendre què havia fallat.

Un duel deplorable ha pres a la matemàtica una jove promesa, una gran esperança. La seva celebritat precoç és només de naturalesa política. El jove Évariste Galois [...] s'ha batut amb un dels seus amics més antics, un altre jove com ell, i com tants i tants dels membres de la Société des Amis du Peuple [...]

A primer cop d'ull cada un dels contrincants tenia una pistola i tots dos van fer foc alhora. Però una de les armes no estava carregada.

—Realment no ho entenc. —Què podia dir?— Ningú no ho havia de saber. S'havia planejat de manera que... Quan hi vaig arribar no hi havia cap cadàver! Vaig creure que el duel no havia tingut lloc.

—I vau pensar que ja n'hi havia prou, que no calia que us en preocupéssiu més? Sortosament per a vós, hi ha qui no dorm mai.

—Què voleu dir? No us entenc...

—De veritat, no m'enteneu?

*Monsieur* Guisquet, prefecte de policia de París, no dormia mai, o ho semblava. Mai no deixava res a l'atzar. Havia fet tancar l'apartament que els Amis du Peuple havien llogat per mitjà de Dennard, un dels seus membres, al número vint de la *rue* Saint-André-des-Arcs, per tal de poder-hi celebrar les reunions clandestines. Sabia, però, que intentarien reunir-se en un altre lloc. I així fou. El dia 1 de juny els republicans, silenciosament, van trobar la manera de reunir-se. I malgrat que aquesta vegada l'espia De la Hodde havia faltat a la reunió —un fet inexplicable, perquè era molt eficient—, ho tenia pre-

vist, i en fou informat a temps. Va irrompre a la reunió i va detenir una trentena de republicans. Els altres van poder fugir. Era difícil aniquilar-los completament.

—Com és que no hi éreu vós a la darrera reunió? Com és que no me'n vàreu informar?

—Quina reunió? —Cada cop estava més sorprès, més espantat. *Monsieur* Guisquet, ell ho sabia molt bé, no jugava—. No n'hi ha hagut cap de reunió. A mi, no me n'han dit res de res —va respondre amb contundència. No podia donar la impressió de dubte, ni de debilitat.

—És que, potser, us han descobert?

*Monsieur* Guisquet no podia baixar la guàrdia. Necessitava saber si l'havien traït, i en cas afirmatiu havia de saber qui. Calia repassar el que realment havia passat.

—Repassem tots els vostres moviments. Hem de saber exactament què és el que ha passat, i què és el que ha fallat —li deia *monsieur* Guisquet—. Comenceu per allò on us sembli que és el començament de tot aquest afer.

El començament! Quin va ser el començament? Qui pot saber amb certesa on comença un episodi que dura més d'un any.

—Diria que va començar quan el van fer fora de l'École Normale. Évariste estava completament abatut i em va semblar que era un bon moment per fer-me amic seu.

»Estava decebut de tot. L'École Normale l'havia traït, els seus col·legues l'havien abandonat a la seva sort. Tot això l'havia afectat. Però el que més el deprimia, allò que considerava com una autèntica traïció era que els polítics moderats —pactistes amb una burgesia que només mirava pels seus interessos, però no pels de França— ha-

guessin convertit la victòria sobre Carles X en un nou fracàs dels republicans, instaurant al tron de França Lluís-Felip I d'Orleans. S'havia traït l'esperit dels Tres Dies Gloriosos, la sang vessada, la lluita d'un poble. I això no es podia permetre. Calia lluitar fins que la monarquia fos desterrada per sempre de França i s'hi reinstaurés La República.

Es va prendre un respir. Així *monsieur* Guisquet tenia temps d'analitzar el que deia.

—I vós, com ho sabeu tot això? —li va preguntar.

—Perquè em vaig fer amic seu, molt amic seu. No em va costar gens. Només calia dur-li la contrària en fets poc importants, deixar-me convèncer, no sense una certa oposició, és clar. Així es fixava en mi. En allò que era essencial, en canvi, calia mostrar-li un acord total.

—...

—Bé, doncs, com recordareu el 28 d'agost, Lluís-Felip va passar revista a la Guàrdia Nacional i lliurà al general La Fayette la nova bandera tricolor. Només es diferenciava de la bandera republicana per la inscripció: *Liberté, égalité, ordre publique, 27, 28 et 29 juillet 1830*. Els republicans van pensar que podrien convertir l'acte —una nova victòria de la monarquia— en l'inici d'una revolta, la decisiva. Però Cavaignac els va convèncer del contrari: «Hem de cedir —els va dir— fins que no tinguem més força. Hem d'assegurar la victòria».

*Monsieur* Guisquet ho recordava molt bé. Com també recordava l'abdicació del rei Carles X i el seu exili forçat. Sabia també que Cauchy, el matemàtic de França, havia acompanyat el seu rei a l'exili. L'home que podia haver canviat el destí del jove Galois ja no representava cap mena de perill. Algun dia, la història, de

ben segur, li passaria factura, però la seva grandesa com a matemàtic faria oblidar aquell comportament humà tan egoista i rígid.

—Com ja us vaig informar, pocs mesos abans de la seva expulsió, s'havia afiliat a la Société des Amis du Peuple, una societat que s'acabava de fundar, i que aplegava els republicans més actius i violents.

Sí, també ho recordava, i recordava el que havia pensat: «El jove Galois, sense saber-ho, es posa a les nostres mans. Tard o d'hora tancarem la trampa».

Les paraules de De la Hodde el van retornar al present.

—Ell, però, ja portava la llavor dins seu, fins i tot abans de fer-se membre de la Société.

—Com ho sabeu?

—Les vacances d'estiu d'aquell any va anar a Bourg-la-Reine, a la casa dels pares. No hi anava gaire sovint. La mort del seu pare havia afectat molt profundament aquell cor romàntic, i Bourg-la-Reine li despertava records que volia oblidar. Em va demanar si el volia acompanyar...

De la Hodde recordava molt bé aquelles vacances. Sobretot recordava la mare del seu amic, pobre il·lús. Era una dona madura, d'uns quaranta anys, elegant, culte, pausada, senyorívola, però al mateix temps senzilla. Era tan diferent de la seva mare... Hi havia moments en què li dolia haver-li de fer mal. Se n'havia enamorat. Ho sabia del cert. Si ella hagués fet un gest, li hagués fet alguna insinuació, li hagués ofert una possibilitat, tot hauria estat ben diferent. Però, per a ella, només era un bon amic del seu fill Évariste. El considerava un jove

reposat, un amic excel·lent, i estava convençuda que, en més d'una ocasió, podria ajudar el seu fill.

Recordava molt bé aquella tarda, asseguts al jardí de l'antic pensionat, mentre berenaven. Quina pau! Quina felicitat! Si la felicitat existia, s'havia instal·lat allà, a la *maison* Galois de Bourg-la-Reine.

—Mare, no ho entens! —deia Évariste, encès—. Ens han traït. Han traït els fills de la pàtria.

—Calma't, fill. Es va buscar la solució que es va considerar millor. Recorda que la perfecció no existeix. Cal sempre buscar el millor possible, i en aquell moment el millor era fer caure Carles X. Recordes, quan estudiàvem els estoics, que «la perfecció és enemiga del millor.»

—Em sembla —vaig dir— que la teva mare té raó. La política és l'art del consens, del possible, del diàleg...

—Què dius, tu, ara? No n'hem parlat ja moltes vegades? —Estava ben encès, ho recordava molt bé—. Si acceptem un sol privilegi, i la monarquia és un privilegi, tot l'edifici basat en la igualtat té un punt feble que acabarà enderrocant-lo... Sembla mentida que us ho hagi de recordar!

Recordava com uns núvols grisos havien anat avançant des de ponent, recordava que aquell vent suau i càlid —una brisa— els refrescava la tarda, dessota del para-sol.

—Saint-Simon té raó, mare! Ha donat les pautes autèntiques de la nova revolució ideològica. Defensa la propietat pública i l'abolició de tota mena de desigualtat social. Recordo haver llegit:

El que cal és defensar un dret nou que substituïxi d'una vegada per totes el dret de conquesta i el de naixença:

cap home no té dret a explotar un altre home, però els homes, associats els uns amb els altres, tenen el dret de gaudir del món que dominen amb la força [...] Cal que ens unim tots en la idea final que el futur cap on anem —tot el gènere humà— és un estat en el qual les forces s'uniran en una direcció pacífica...

No ho enteneu això. Tant costa d'entendre, mare? I tu, amic meu, què me'n dius?

—Ho entenc perfectament —li va respondre la mare, amatent, sol·licita, amb aquella veu suau, i alhora ferma i decidida—, per això tinc por. A les paraules de Saint-Simon només es parla de força. I, no te'n recordes fill?, el que cal és parlar de raó en dos sentits: la raó que fa que els homes, en ocasions, puguin raonar, i la raó que hom té en la defensa dels drets... No és la força el que s'ha de posar davant de tot. És la raó, i la sensibilitat que és filla dels sentiments. Fill meu! Recorda sempre que un excés de passió —com de qualsevol altra cosa, qualsevol mena d'excés— pot ofuscar. Rectifico. Ofusca necessàriament la raó i la sensibilitat.

Mentre la mare li parlava, ell pensava que havia de fer que el seu jove amic entrés en contacte amb els germans Carnot —el físicomatemàtic i el polític— i també els germans Chevalier que, com ell, eren deixebles de l'École Normale.

Guisquet el fitava amb aquells ulls grisos, freds de besuc mort. Estava molt quiet, com la serp que espera amb paciència infinita la presa que, absolutament desconeguda del seu futur, s'atansa a poc a poc. Ell, De la Hodde, feia tot el que podia per no deixar traslluir el seu nerviosisme creixent. Li va dir:



—Sí. Em sembla que tot va començar a Bourg-la-Reine, a la casa paterna, l'estiu passat, durant una discussió ideològica que Évariste va tenir amb la seva mare. Recordeu que, quan vaig tornar, us vaig advertir que calia mantenir Évariste lluny de les influències de la seva mare, una dona enraonada i molt racional. *Madame Adélaïde* no és una mare maternal en el sentit que s'acostuma a donar a aquesta expressió. És una mare, una dona, que té les idees molt clares. I, per això, pot ser un perill per al nostre objectiu. Ho recordeu?

La família, però sobretot la mare, estava molt preocupada per les idees cada cop més radicals del noi. Els preocupava aquest sentiment, cada cop més profund, que havia niat en ell: el convenciment que els revolucionaris i els republicans que havien sortit als carrers de París al juliol havien estat traïts. Els preocupava que l'Évariste estigués tan fermament convençut que calia tornar-se a aixecar contra la situació del moment, contra Lluís-Felip. Els preocupava que, segons deia, estigués tan disposat a sacrificar qualsevol altra cosa a l'èxit d'aquesta revolta. Li havien sentit dir, els pocs dies que havia passat amb ells, més d'una vegada que:

—Si sabés que n'hi ha prou amb un cos per aixecar el poble en armes, no em faria res d'oferir-los el meu.

Aquestes paraules també les havia sentit el seu amic De la Hodde i no pensava oblidar-les.

Qui hauria pogut pensar que aquell estiu, en la placidesa de Bourg-la-Reine, al costat dels qui l'estimaven, el jove Galois estava plantant, pobre xicot innocent, la llavor de la seva mort?

Quan Évariste Galois va retornar a l'École Normale —no seria expulsat fins al mes de desembre— va reprendre el contacte amb un dels seus millors amics, Auguste Chevalier. Ell i el seu germà —també amic d'Évariste— eren enèrgics defensors de la causa republicana. Quan van conèixer Évariste —tot just acabat d'arribar a l'École Normale— cercaven adeptes. Évariste estava a punt. La vida, amb els fracassos, l'havien fet madurar. Estava preparat per entrar de ple en la política i per conèixer els principals ideòlegs d'una França que vivia entre l'ànsia per la República i la realitat de la monarquia. Una França en la qual la revolució estava soterrada, com un volcà adormit, però que podia fer una irrupció en qualsevol moment.

A més, Évariste va entrar en contacte amb Louis-Auguste Blanqui, François-Vincent Raspail, Napoléon-Aimé Lebon —tots ells amb una gran formació, autèntics intel·lectuals. Alguns anys més tard, Blanqui establiria el *blanquisme*, una teoria política socialista, de règim absolutista, que hauria de dur a terme la igualtat que preconitzava la Revolució, prenent als rics allò que els era sobrer per donar-ho als pobres. Raspail compaginava, amb molt d'èxit, la política, l'estudi i la recerca en ciències naturals. Acabava de publicar l'*Essai de chimie microscopie appliqué à la physiologie*. Évariste els respectava. No eren simples apassionats, fruits de l'ocasió, del moment. No eren arribistes. Eren pensadors sòlids i el que creien era el resultat del convenciment i de la raó.

—Aleshores, —continuava contant De la Hodde—, com si algú ho hagués preparat, es va fundar la Société des Amis du Peuple. Una societat que tenia com a objectiu

imposar les idees republicanes a qualsevol preu... Però que us he de dir, jo?

—Continueu! —li digué *monsieur* Guisquet—. Expliqueu-m'ho com us sembli més oportú, però no us deixeu res. Sobretot no us deixeu cap detall.

—Galois, els seus nous amics, i jo mateix, aviat ens vàrem fer membres de la Societat... Els seus estatuts refusaven explícitament l'article que impedia fer reunions, i alhora no volia ser una societat secreta. Això, —vaig pensar—, més tard o més d'hora, em permetrà denunciar-los. Més tard o més d'hora Évariste cometrà una il·legalitat, i podrem actuar damunt d'ell amb tota la força, fins aconseguir aniquilar-lo, tal com vós volíeu. Però, malgrat la passió del jove romàntic, no fou tan fàcil.

Galois va fer-se membre de la Société des Amis du Peuple gairebé al mateix temps que Lluís-Felip era el nou rei borbó de França. Havia arribat el moment d'atacar novament la figura de la monarquia. Calia fer esclatar la revolta. Calia recuperar la iniciativa que s'havia perdut. És el que Galois desitjava per damunt de qualsevol altra cosa. El mes de setembre els *Amis du Peuple* es van reunir. Évariste i d'altres revolucionaris van suggerir de proposar una discussió pública sobre la legalitat de la Cambra. La Cambra havia estat elegida a començaments de juliol. Era, doncs, anterior als Tres Dies Gloriosos, una gesta que havia dut als parisencs a demanar precisament una nova elecció. Però la Cambra sorgida sota el regnat de Carles X, el rei vençut, es mantenia amb Lluís-Felip. Aquest fet calia vendre'l com una traïció al poble de París per part del nou monarca.

—Va ser aleshores —recordava De la Hodde— quan van decidir fer un manifest i penjar-lo a les parets dels carrers. Recordeu que us vaig advertir del fet a temps perquè poguéssiu evitar-ne la publicació.

—Me'n recordo. Els meus homes es van presentar a l'editorial de David. Allà, hi van trobar el mateix David i Hubert que, en aquella època, era el president de la Société. Els van detenir. Me'n recordo molt bé —digué secament *monsieur le préfet*—. Continueu!

Amb Hubert condemnat a tres mesos de presó i amb la dissolució de la Société des Amis du Peuple, els seus membres, sota la presidència de Raspail, van esdevenir una societat secreta. Les convocatòries de les reunions ja no eren públiques. Tot esdevingué secret: la convocatòria, la reunió i, fins i tot, l'admissió a la Société esdevingué molt més rígida. Això hauria dificultat moltíssim la tasca de Guisquet i de la policia francesa si no hagués estat per espies com ara De la Hodde que, en previsió de moments difícils, s'havien infiltrat a la Société i havien fet amistat amb els seus membres.

—Sortosament —va pensar per un moment Guisquet, mentre De la Hodde, continuava l'exposició detallada dels fets— els meus espies ja eren dins. En aquell moment hauria estat impossible infiltrar-hi ningú. A més, havia aconseguit que els seus dos espies no tinguessin coneixement de l'existència de l'altre. Així no podien trair-lo. Podia comparar les informacions i sabia amb total exactitud què havia passat, què li amagava cada un d'ells, en què diferien, en què coincidien.

Com es devia sentir la mare d'Évariste, de soltera Demante, ara convertida en dama de companyia d'una fa-

mília de París. Les dificultats econòmiques provocades per la mort de l'espòs i la mala gestió dels béns per part del cunyat —un home de nobles sentiments, molt actiu durant les gestes de Napoleó, però un pèssim negociant i administrador— l'havien obligat a abandonar la vida burgesa de la classe mitjana liberal de què havia fruit fins aleshores. Es va veure en la necessitat de treballar. Va tenir molta sort i de seguida va trobar una família que la va agafar com a dama de companyia, i institutriu dels nois i noies de la casa. Com es devia sentir davant *monsieur le directeur*, *monsieur* Guigniault, al costat d'Évariste, mentre li comunicava l'expulsió inapel·lable de l'École Normale?

—El seu comportament és intolerable. Ataca els principis, el prestigi i, el que és més important de tot, l'honor de l'École. Entengui-ho bé, *madame*. Això nosaltres, el claustre de professors i d'alumnes, i jo mateix com a director, no ho podem consentir. Tots el qui estimem aquesta institució hem dit prou; els estudiants que reconeixen tot el que fem per ells i allò que representen per a la nova França, i els professors que es senten vexats i menystinguts per un alumne que els deu respecte i gratitud.

»Fixeu-vos en la seva actitud desafiant, fins i tot ara mentre, amb la pena al cor, em veig en la desagradable missió de fer-vos saber aquesta notícia, que voldria que no s'hagués produït mai.

I adreçant-se a Évariste, digué amb menyspreu:

—Sí, gratitud! No feu aquest posat de ser superior! No sigueu insolent. No sigueu irrespectuos. La vostra actitud és intolerable.

Évariste anava a replicar, quan la seva mare intervingué:

—No diguis res! Ja no hi ha res a dir!

—Efectivament, madame. Veig que ho enteneu! La seva actitud és la que ens ha obligat, a contracor, he de ser sincer, perquè està molt qualificat intel·lectualment i té un esperit generós, a demanar la seva expulsió, que ha estat concedida per les autoritats acadèmiques.

»Som culpables de no haver sabut fer-li comprendre la importància del compromís que va signar amb nosaltres, amb la Nació. No hem sabut —i ell no ha fet res per ajudar-hi— fer-li entendre la importància que té l'ensenyament públic, la dignitat que comporta aquesta missió. Ell hi podia haver participat. Però amb la seva actitud i, potser, amb la nostra incapacitat per ajudar-lo ens trobem en aquesta situació que, tots, vostè, el seus companys, els professors, i jo, deplorem de tot cor. Ho sento molt, madame!

Com es devia sentir quan el director els acomiadà a la porta del despatx on els esperava un professor que els acompanyà fins a fora? Com es devia sentir quan la porta es tancà? Com podia ser que, el seu fill, amb la seva actitud i idees, aconseguís que les portes, una a una, se li anessin tancant?

—On et portaran les teves idees i la teva actitud, fill?

—Les meves idees són les idees del pare, dels avis, i també les teves. Llibertat per poder-se expressar i manifestar, una justícia igual per a tots —homes i dones, ho recordes?— i igualtat en els drets i els deures. No veus, mare, que no podem claudicar! Cal lluitar i vèncer! No importa el preu que hàgim de pagar!

—Però, què faràs ara?

—M'allistaré al cos d'artilleria de la Guàrdia Nacional. Finalment, podré portar l'uniforme dels defensors de la Pàtria que *monsieur* Guigniault m'ha negat. Tindré dret a dur armes per defensar la República. Seré, com l'oncle, un soldat que lluitarà amb totes les forces per la llibertat i la glòria de França. No estaré sotmès als capricis d'un director fals i hipòcrita. Estaré comandat per autèntics herois i patriotes.

Com es devia sentir Adélaïde, quan va entrar a la petita cambra de la casa del Boulevard des Augustins, on era majordona, dama de companyia, i institutriu?

De la Hodde repassava, un a un tots els esdeveniments de la vida d'aquells darrers mesos.

—Després de la seva expulsió, Évariste em va venir a veure i em va dir:

—Estimat Lucien! Volia ser un gran matemàtic, una glòria de França, i m'ho van negar. Volia ser un professor de matemàtiques digne i m'han barrat el camí. Només m'han deixat un camí per servir a França, el camí de la lluita. He decidit dedicar-hi la meua vida. Si cal la donaré per la Pàtria. Per què no m'acompanyes a allistar-me a la Guàrdia Nacional? Allistem-nos-hi tots dos!

»Jo vaig intentar convèncer-lo que no era el camí. Que l'únic camí possible era el camí del diàleg, de la comprensió. Cap camí violent no era un bon camí. Vaig intentar convèncer-lo que tornés al seu món: el món de la matemàtica. Només allà podria ser feliç. »Sabia que, en moments de passió, si se'l contradeia, s'aconseguia

que es refermés més i més en les seves idees. Raonant-li en contra es convencia que tenia la raó.

—Si no m'hi acompanyes, ho faré sol! —em digué ple de fervor patriòtic—. Ningú, ni tu, amic meu, ni la mare, m'ho impediran.

»I em deixà sol. Uns dies més tard vaig tenir la confirmació del fet que s'havia allistat, i us ho vaig comunicar.

Mai no sabrem, però, si van ser les paraules del seu amic les que, quan hi va reflexionar més fredament, el van portar a oferir un curs d'àlgebra superior, a la llibreria Caillot, que es trobava situada a la rue de la Sorbonne. Els primers dies hi van assistir els Amis du Peuple, però aviat es van cansar d'aquelles lliçons dignes de matemàtics professionals. Cada cop tenia menys deixebles, i finalment va decidir abandonar el projecte. Un altre fracàs que l'afermava en les seves conviccions. «Ja ho sabia. En Lucien ho va fer amb bona intenció, però la matemàtica no vol saber res de mi. Que no s'ho pensin pas. No em venceran així com així. Si ells no vénen allà on sóc, aniré allà on són ells. Refaré un cop més la memòria, i la tornaré a presentar a l'Académie des Sciences. Potser amb Poisson tingui més sort que abans». I ho féu així, sense dir-ho a ningú, ni als de casa, ni als amics. Estava fart d'haver-los de comunicar, un cop passats uns quants mesos, el fracàs de les seves actuacions. Els mesos corrien —uns mesos que li recordaven altres ocasions— i l'Académie des Sciences no li comunicava res de res. Calia insistir. El mes de març decidí adreçar-se a Simon-Denis Poisson. No n'obtingué cap resposta! «Veus mare, veus amic Lucien, els hauria pogut dir, el món de la ciència no em vol. Mai no m'ha



volgut. No cal insistir i insistir. No hi ha res a fer. El meu camí de la glòria l'he de buscar en una altra activitat, en una activitat que em vulgui, que em necessiti! I només n'hi ha una: la política, la defensa de la revolució i de la pàtria.»

Però abans d'abandonar per sempre la matemàtica havia de dir tot el que sentia sobre el sistema educatiu francès. No és, doncs, estrany que a l'exemplar de la «Gazette des Ecoles» del 2 de gener de 1831, amb el títol «Sobre l'ensenyament de les ciències, a propòsit dels professors, de les obres i dels examinadors», hi llegim:

SENYOR REDACTOR,

Us estaré agraït si us plau de recollir les reflexions següents relatives a l'estudi de les matemàtiques en els col·legis de París.

D'entrada cal indicar que, en les ciències, les opinions no compten per a res; en conseqüència les places no haurien de ser, en cap cas, la recompensa d'una o altra manera de veure la política o la religió. M'informo de si un professor és bo o dolent, i no em preocupo gens ni mica de saber com pensa en les qüestions alienes als seus estudis científics. No és, doncs, sense pena i indignació que, en el govern de la Restauració, veiem com les places són el premi dels qui manifesten les idees més monàrquiques o religioses. I aquesta situació no ha canviat gens; la mediocritat —a la qual repugna qualsevol ordre nou en les coses— avui és encara privilegiada; i tanmateix les opinions no haurien de ser tingudes en compte, quan del que es tracta és d'apreciar el mèrit científic dels individus.

Comencem pels col·legues. En aquest terreny la majoria d'estudiants de matemàtiques són destinats a l'École Polytechnique. Què fan per ajudar-los a aconseguir el seu objectiu? Busquen potser la manera de fer concebre

l'esperit veritable de les ciències per mitjà de l'exposició dels mètodes més simples possibles? Fan quelcom perquè, en ells, el raonament esdevingui una segona memòria? O, al contrari, ens trobem que entre la matèria que aprenen i les lliçons de francès o de llatí hi ha una gran semblança? Abans un alumne hauria après d'un professor tot allò que li hauria estat útil saber; ara cal que repeteixi una o dues vegades per preparar-lo com a candidat a l'École Polytechnique.

Fins quan el pobres nois seran obligats a estar atents tot el dia? Quan se'ls deixarà temps perquè puguin meditar tota l'allau de coneixements, per tal de poder coordinar aquesta folia de proposicions que no s'acaben mai i de càlculs sense cap mena de lligam? No seria molt més avantatjós exigir-los els mateixos mètodes, els mateixos càlculs, les mateixes formes de raonament, però que fossin alhora més simples i més fecunds? Però no, això no pot ser. S'ensenyen minuciosament teories mutilades i carregades de reflexions inútils, mentre s'ometen les proposicions més simples i més brillants de l'àlgebra. Hom es limita a enormes despeses de càlculs i raonaments, sempre molt llargs, a vegades falsos, i a corol·laris, la demostració dels quals és autocontinguda.

D'on ve el mal? Possiblement no ve pas dels professors de les escoles; tots ells mostren un zel lloable. Són els primers a queixar-se que s'hagi fet de l'ensenyament de les matemàtiques un ofici. La causa dels mals són els qui fan els programes dels exàmens, dels examinadors. Com més coses hi ha als textos dels examinadors, més convençuts estan que la venda serà profitosa. Heus ací perquè, cada any, veiem aparèixer aquestes voluminoses recopilacions on trobem els treballs dels grans mestres, al costat dels assajos dels escolars, completament desfigurats.

A més, per què els examinadors posen sempre les qüestions d'una manera tan entortolligada? Sembla que tin-

guin por que els interrogats els puguin entendre. D'on ve aquesta habitud malèvola que consisteix a complicar les qüestions amb dificultats artificials? Potser pensen que la ciència és massa fàcil? Què és el que passa? L'estudiant ocupa molt menys temps a instruir-se que a passar l'examen. Li cal repassar cada teoria segons la presentació que en fa cada un dels quatre examinadors. Ha d'aprendre els mètodes que prefereixen i saber, per endavant, quines han de ser les respostes i fins i tot l'actitud, per a cada qüestió i per a cada examinador. Així —ho podem i ho hem de dir— des de fa uns anys s'ha creat una ciència nova que creix cada dia que passa i que consisteix a conèixer els gustos i preferències científics, les manies i l'humor dels examinadors.

Esteu content d'haver superat la prova? Heu estat designat com un dels dos-cents soldats geòmetres? Penseu que és el final, però us equivoqueu. Ja us ho faré veure en una altra carta.

E.G.

Aquest fet, però, va passar desapercbut a De la Hodde, com també les assistències de Galois a les sessions de l'Académie des Sciences on, amb les seves intervencions, intentava de fer-se conèixer amb l'esperança que algun dels acadèmics llegís les seves memòries. Desconeixem el contingut de les seves intervencions. Tanmateix podem pensar que eren escaients, pertinents i rigoroses. Però alhora, ben segur, que eren polèmiques i totalment allunyades de les normes de cortesia, educació i respecte que comportava el sistema acadèmic. Ho sabem per boca d'una de les poques dones que han sobresortit en l'àmbit de la matemàtica. Efectivament, el mes d'abril, Sophie Germain, escrivia a Guglielmo Libri:

...la seva actitud ratllava l'insult...

De la Hodde no sabia si s'havia de disculpar o no. Però tot seguit va pensar que era molt millor no fer-ho. Hauria estat un signe de debilitat, i *monsieur* Guisquet no apreciava la debilitat.

—I aleshores —va seguir De la Hodde— va tenir lloc l'afer de la Guàrdia Nacional.

—Me'n recordo molt bé, perfectament bé —el tallà *monsieur* Gusiquet.

Qui ho podia oblidar! Ningú! I menys que ningú el prefecte de policia. Tan bon punt li van comunicar que el general La Fayette havia estat destituït com a cap de la Guàrdia Nacional i que, per si això no fos prou afrenta per als republicans, la Guàrdia Nacional havia estat dissolta per Lluís-Felip, va saber del cert que hi hauria aldarulls.

Sabia que els comandaments de les bateries segona i tercera eren republicans afiliats a la Société des Amis du Peuple. Sabia que tots els components de la Guàrdia Nacional eren republicans. Un fet que no era gens estrany, atès que la Guàrdia Nacional havia estat fundada l'any 1789 per la República, i mimada per Napoleó. Quan la Guàrdia fou dissolta, els seus membres van ser obligats a tornar l'uniforme i l'arma. Sabia que no tots ho farien de bon grat. Recordava que Lucien li havia informat que Évariste li havia dit que ell, en cap cas, no els tornaria. Se'ls guardava convençut que algun dia, no massa llunyà, els hauria de fer servir en defensa dels ideals republicans i de França. Évariste no estava disposat a esperar gaire.

Sabia també que Lluís-Felip es trobava en una situació realment difícil. No podia pas condemnar a mort

els membres del govern de Carles X. Però si no ho feia es trobaria enfrontat amb els republicans que li havien facilitat l'accés al tron. Havia de distreure, d'alguna manera, l'atenció dels parisencs del procés que estava tenint lloc a la Cambra. La mort de Benjamin Constant —l'ideòleg que tant admiraven els republicans i els revolucionaris— permetria a Lluís-Felip realitzar un cert moviment de distracció. El seu govern va decretar unes exèquies nacionals a les quals s'invitava a participar totes les societats republicanes i també els alumnes de les escoles. Malgrat que, de fet, era una provocació, el joves estudiants de les *écoles* es van deixar entabanar. Quan els treballadors parisencs —assabentats que la sentència del govern Polignac havia estat de presó a perpetuïtat, però no de mort— van voler revoltar-se es van trobar enfrontats amb els escolars.

La Guàrdia Nacional, però, no es deixà enganyar per l'estratègia, no massa hàbil, del govern de Lluís-Felip. El general La Fayette era també conscient de la provocació, però preveïa un bany de sang estèril. Ordenà a les tropes que mantinguessin la calma i que retornessin les armes, però els dos batallons republicans s'hi negaren i es tancaren al Louvre. No hi hagué revolta popular. El rei havia guanyat. Els artillers del Louvre foren arrestats. Aquesta gesta —que volia ser de revolta— permeté a Lluís-Felip dissoldre la Guàrdia Nacional —darrer escull a les seves ambicions—. El general La Fayette —potser massa prudent, potser massa gran— fou destituït.

Tot l'afer tingué lloc precisament quan el jove Galois decidí que només li quedava un camí per aconseguir la glòria: la política. L'advocat dels artillers convertí el judici en una denúncia, un al·legat polític de caire republicà:

... Que ataquen la revolució? —increpà als jutges—. Quina bogeria! La revolució és la Nació sencera, amb l'excepció dels qui l'exploten en benefici propi.

Pel que fa als artillers, senyors, no han fet res més que complir la seva missió envers la Pàtria i, siguem-ne tots conscients, vostès senyors jutges, i tots els parisencs i francesos, els trobarem preparats sempre que França els necessiti. Tot allò que se'ls demani, ho donaran per França.

Com podien ser jutjats per defensar precisament allò que havia fet que el rei Lluís-Felip assolís el poder? És que, potser, no havien estat precisament aquests mateixos homes, aquests artillers valerosos, els artífexs del Tres Dies Gloriosos? La ironia era patent, i posant-la de manifest els advocats col·locaven els jutges en una situació contradictòria que no estaven diposats a assumir. La jugada política iniciada pel rei es va veure, així, força debilitada, perquè l'enfrontà precisament amb els qui li havien facilitat l'accés al poder.

Els artillers van ser posats en llibertat, sense càrrecs. Això era el que demanava, amb un sol clam, el poble de França: legalitat i llibertat!

L'èxit del procés —que refermava les idees republicanes— fou celebrat pels Amis du Peuple, amb un banquet, a *Aux Vendanges de Bourgogne, Restaurant, al faubourg du Temple*. Hi havien més de dos-cents comensals, els dinou gendarmes processats i absolts, i també Raspail. Évariste Galois hi és present, però no és, ni molt menys, el centre d'atenció. Hi ha convidats molt notables, com Alexandre Dumas, que seu a la taula d'honor.

La prefectura no hi podia intervenir. No era un acte polític. Era un banquet privat. Però *monsieur* Guisquet esperava. Sabia que en aquesta mena de banquets els

ànims s'escalfen en la mateixa mesura en què disminueix el vi. La paciència és la virtut de l'au de rapinya. I ell és una au de rapinya molt eficient, com havia demostrat tantes i tantes vegades.

El brindis començà... Els ànims s'exaltaren:

—Per Robespierre!

—Per la Convenció!

—Per la República de 1789!

—Per la Revolució de 1830!

Els brindis es succeïren a un ritme cada cop més vertiginós. Un dels artillers feu un brindis:

Ara, sota el sol de juliol de 1831, no oblidem l'escalf del sol de 1830. No l'oblidem mai...

La sang del jove Galois bullia. Volia ser un actor, un partícip actiu de l'acte. No es conformava a ser-ne un espectador anònim. S'alçà. Tenia el got ple de vi, vermell com la sang vessada tantes vegades —massa vegades— per la República. L'alçà ben alt. Que tothom el veiés. Agafà un ganivet i cridà

—A la salut de Lluís-Felip!

El jove Galois, encès, no s'havia adonat que el seu bon amic Lucien, sempre al seu costat, li havia murmurat el nom del rei mentre li posava el ganivet a les mans. No l'importà! Estava ebri de glòria...

El crit de Galois esverà els més prudents, que veuen en l'acte una provocació perillosa... La resta s'exaltà.

—Galois! Galois! Évariste! Évariste!

Ell seguí cridant

—Per Lluís-Felip! Per Lluís-Felip!

Sortiren al carrer. El banquet s'havia convertit en un acte polític. *Monsieur* Guisquet ja podia actuar. Esperà el jove Galois, apassionat, romàntic, matemàtic fracassat, a la place Vendôme. Però Galois no passà per aquell indret. L'hauria de detenir l'endemà a la casa on treballava la seva mare. Quin nou cop per a aquesta dona sensible! Fou detingut i enviat a Sainte-Pélagie, a presó preventiva. Els seus antics companys de l'École Normale l'abandonaren un altre cop. El blasbaren:

Un energumen, que no mereix ser considerat un estudiant, s'ha posat dempeus damunt la taula, ha tret un punyal de la butxaca i, agitant-lo, ha cridat: «Heus ací com faria jo el meu jurament a Lluís-Felip».

*Monsieur* Guisquet recordava molt bé tot el judici. Hi havia assistit i no necessitava repassar el «Journal de débats» del 16 de juny de 1831. Tenia una memòria excel·lent. *Monsieur* Dupont, l'advocat de Galois, era molt bo en aquesta mena d'afers judicials. Els republicans confiaven en ell i posaven a les seves mans la defensa dels seus processats. L'acusació que la Cort feia contra el jove Galois era greu: «Provocació d'un atemptat contra la vida i la persona del rei de tots els francesos». El seu cap es trobava en perill. *Monsieur* Guisquet, però, coneixia l'habilitat dels advocats defensors i esperava la sentència. No volia fer-se il·lusions per endavant.

La línia de defensa de *monsieur* Dupont fou simple. Una defensa que, a més, seria confirmada pels assistents al banquet que es trobaven a prop de Galois. Aquests jurarien que el brindis de Galois fou: «Per a Lluís-Felip,



si traïex França». Aquesta darrera part solament fou escoltada pels més propers a Galois perquè els crits dels assistents l'havien tapat.

Tanmateix, però, el jove Galois havia trobat el seu moment de glòria i no estava disposat a deixar-lo passar. Volia, si calia, morir per la Revolució. Com podia deixar passar un moment com aquest? Fins i tot *monsieur* Guisquet es va veure sorprès per les declaracions que Galois va fer al president del tribunal *monsieur* Nandin:

—Em dic Évariste Galois. Tinc vint anys. Sóc repetidor de matemàtiques.

Era la primera mentida.

—Reconeix l'acusació o la refusa?

—Vaig assistir al banquet de Vendanges de Bourgogne amb un punyal a la butxaca. L'havia comprat a *madame* Henry, el dia 6, per 14 francs, dient-li que sortia de viatge i volia protecció.

Una altra mentida. *Monsieur* Gusquet recordava les explicacions que li havia donat Lucien. Sabia com, en un moment d'inspiració, havia aconseguit la «*mise en scene*», sense que el seu amic Évariste s'adonés de res. Però *monsieur* Guisquet no era dels qui deixen res a l'atzar. Per això va donar l'ordre de buscar entre les pertinences de Galois, l'esmentat punyal, al restaurant i les seves proximitats, a la casa on servia la seva mare. Ningú no el va trobar. Tampoc *madame* Henry recordava haver-ne venut cap des de feia més de dos mesos.

—Quin era el motiu de la reunió?

—Una celebració per l'alliberament dels artillers i pel refús fet per Raspail a la creu d'honor.

—Vós, on éreu?

—Al fons de la sala, a l'esquerra del president.

—Quins brindis es van fer?

—A la Revolució de 1793, a Robespierre, etc. No me'n recordo dels altres.

—Qui va fer un brindis «Al sol del mes de juliol de 1831»?

—No us ho puc dir. Ho ignoro.

—No s'alçaren d'altres veus cridant: «Ben aviat, ben aviat!»

—Sí senyor.

—Per qui van ser dites aquestes paraules?

—Per tothom.

—No és cert que es va fer un brindis per la Convenció i per la Montaigne?

—Sí, senyor, però no expressaven pas més que els brindis a la Revolució de 1793 i a Robespierre.

—És cert que vostè, amb un punyal a la mà, va dir: «Per Lluís-Felip»?

—Heus ací com va passar tot; jo tenia a la mà el ganyet que havia fet servir durant el sopar. El vaig aixecar i vaig dir: «Per Lluís-Felip, si traeix França». Aquestes darreres paraules només les van sentir els companys que es trobaven al meu costat, a causa dels xiulets que havien excitat les meves primeres paraules. Això va fer que tothom pensés que havia fet un brindis a la salut de Lluís-Felip.

—Segons la vostra opinió, doncs, no hi va haver cap brindis a la salut del rei en aquell sopar?

—Certament que no.

—Un brindis dedicat simplement a Lluís-Felip, rei dels francesos, hauria excitat sens dubte l'animadversió dels reunits?

—Certament, senyor.

—La vostre intenció era d'assenyalar Lluís-Felip amb el punyal solament en el cas que traís?

—Sí senyor.

—Preteníeu manifestar un sentiment personal que presentés el rei dels francesos com digne de rebre una punyalada, o bé el que volíeu era provocar una acció d'aquesta mena?

—Volia provocar-la, però només en el cas que Lluís-Felip traís, és a dir, només en el cas que se sortís de la legalitat per tal de constrènyer el poble.

—Per què creieu que el rei podria abandonar la legalitat?

—Tot el que està passant ens obliga a preveure aquesta possibilitat.

—Expliqueu-vos millor.

—El que fa el govern fa suposar, sense haver d'alterar el sentit gens ni mica, que Lluís-Felip podria arribar a trair-nos en alguna ocasió.

—Dieu que els actes del govern són de tal naturalesa que us fan suposar que el rei de França pot arribar a trair la Nació?

—Jo no dic que Lluís-Felip arribi a trair la Nació. El que dic és que podem pensar que Lluís-Felip arribarà a trair-la. No ens ofereix gaires garanties perquè no tinguem en compte aquesta possibilitat.

—Així doncs, vós suposeu en l'esperit i les intencions del rei una mala fe calculada?

—Sí, senyor president.

—Heu entès ben bé la pregunta que us he fet. Amb la vostra resposta acuseu el rei dels francesos d'una mala fe premeditada?

—M'he explicat malament responent només amb un sí; el que volia dir és que els actes del rei, sense indicar encara mala fe, ens permeten de dubtar de la seva bona fe... Per exemple, la seva entronització ha estat preparada des de fa temps.

Ho recordava molt bé. El jove Galois volia convertir el judici que se celebrava en contra seva en un judici col·lectiu, del qual ell només era la víctima propiciatòria. L'advocat defensor intervingué per indicar al president respectuosament que del que es tractava era de jutjar els esdeveniments del sopar, i no d'entrar en els pensaments íntims i lliures de l'acusat. El president, després de cridar a l'ordre a l'advocat, s'adreçà novament a Galois.

—Quan temps feia que teníeu el punyal?

—Des del 7 de maig. Per a mi, era un objecte de fantasia. [...] Entenc que és una peça realment important d'aquest procés! És igual als ganivets amb què els republicans, assistents al banquet de Vendanges de Bourgogne, van tallar les aus i els paons.

—Així doncs, d'altres assistents també tenien ganivets com el vostre?

—No, de fet van fer servir el meu.

Per què aquesta necessitat de mentir? Per què aquesta voluntat de ser l'únic responsable dels actes esdevinguts durant el banquet?

El president seguí l'interrogatori.

—La provocació que va fer fou només condicional?

—De ben segur que tothom hauria preferit que hagués fet un brindis per la mort de Lluís-Felip.

—Amb aquestes paraules esteu insultant molt greument, i sense conèixer-los suficientment, les intencions dels altres assistents al banquet.

—Em sembla que estic prou ben informat.

Galois volia convertir-se en el portaveu de tots els companys republicans que havien assistit al banquet. Volia carregar damunt les espatlles el pes de la causa republicana. L'advocat no ho podia consentir, i començà a cridar els testimonis. Molt més hàbil que no pas el fiscal, la seva intenció era mostrar que la reunió era un acte de caire privat, sense contingut polític. Un acte en què no hi va haver ofensa per al rei de França. Només fou expressat el desig que mai no trairia el poble perquè, si ho feia, el poble sabria reaccionar. Els seus testimonis van deixar ben clar que Galois havia expressat aquest condicional, que no era ofensiu, només un acte patriota. Els testimonis del fiscal, desitjant d'inculpar Galois, feren afirmacions increïbles: «Va dir, cridant, "Guillotina per a Lluís-Felip i tota la seva família"». La declaració de Raspail —un teòric de la revolució molt perillós, un terrorista —que el fiscal esperava que fos condemnatòria, fou d'allò més equànime:

En una reunió com aquella, Lluís-Felip només és un nom del qual nosaltres no ens en preocupem, ni a favor, ni en contra. Ens havíem reunit en una trobada d'amics. No era, en absolut, un acte polític. Per principi, un republicà autèntic mai farà un brindis per ningú en particular, perquè els fets queden però les persones canvien. Mai no li sentireu dir: «Visca el tal» perquè el que avui és el nostre amic, demà pot ser el nostre enemic.

Tot anava bé. L'advocat estava satisfet. No hi havia causa. S'havia evitat la politització del judici i la politització del banquet. Aleshores el president demanà a Galois si tenia res a dir. Galois respongué afirmativament, tragué un paper de la butxaca i començà a llegir:

Homes de la restauració! Heus aquí el resultat de les vostres accions: vàreu prometre que ja no caldrien més manifestacions, i han calgut!... Carles X fou cent vegades més hàbil que no pas vosaltres!... Heu posat el nostre cap sobre el cadafal, però no heu estat capaços de fer caure damunt seu la destralt. Nosaltres som nens, però progressem, plens de força i coratge; la corrupció no aconseguirà mai ficar-se en les nostres ànimes republicanes... Sempre podrem explicar-nos de forma que els nostres enemics quedin confusos. No prengueu mai el nostre silenci com una acceptació!

El president l'interrompé: «Us he d'interrompre en el vostre propi interès». I, Galois li replicà secament: «No m'importa gens ni mica, ja havia acabat». Per què havia volgut polititzar el judici? Tot anava bé? Com s'ho faria ara l'advocat defensor?

Però *monsieur* Dupont no caigué a la trampa. Argumentà que l'acte, el banquet, era un acte no polític. Tothom coneixia el rigor de la policia de París. Qui podia creure, ni per un moment, que si l'acte hagués estat polític, sense permís, no hauria estat dissolt per la policia. A la Sala hi havia *monsieur* Guisquet. Per què el tribunal no l'interrogava sobre la naturalesa del banquet? Per què no va fer que els seus homes el disolguessin, i detinguessin els caps? La resposta era clara.

El banquet era un acte privat i no un acte polític, com els enemics de Galois el volien presentar. Per això ma-

teix, el tribunal havia d'aplicar la jurisprudència sorgida d'altres judicis.

Finalment, el president prengué una decisió:

L'acusat no és culpable!

Galois quedà lliure, i en part hi quedà perquè ell, Guisquet, no va irrompre al banquet. No, mai no l'oblidaria aquell judici. Galois se li havia tornat a escapar de les mans. Caldria seguir esperant. Caldria tenir paciència, la paciència de l'au de rapinya.

Tot això li havia passat pel cap en un instant, mentre De la Hodde seguia exposant els esdeveniments.

—Així que va quedar lliure, em va venir a veure. Estava exultant. Faltaven pocs dies per al primer aniversari dels Tres Dies Gloriosos. No sabia que el que els republicans volien celebrar era la presa de la Bastille, el dia 14, plantant un arbre: l'arbre de la llibertat. Li ho vaig fer saber. Li vaig mostrar el pamflet. Mentre el llegia s'entusiasmava més i més:

Els patriotes, decidits a celebrar l'aniversari de la presa de la Bastille i de la Fédération francesa, es reuniran el dijous 14 de juliol per plantar l'arbre a la Llibertat a la plaça de la Bastille.

La reunió tindrà lloc a la *place* Chatêlet i al *quai aux* Fleurs, a les dotze en punt. La desfilada serà al cap d'una hora. Recorrerà els *quais*, la *rue* saint-Martin i els *boulevards* fins a la *place* de la Bastille.

L'arbre anirà escoltat per una guàrdia d'honor i pels combatents de juliol. Una música militar amb aires patriòtics el precedirà. Les branques estaran plenes de guirnaldes

i de cintes tricolors. Els veterans del 89 i els ferits de la gran setmana les agafaran per una de les puntes.

Els obrers, els alumnes de les *écoles*, els homes de juliol, el joves comerciants, i tots els patriotes són convidats a participar de la festa.

Els patriotes de la guàrdia nacional hi assitiran amb l'uniforme.

Galois, romàntic i passional, estava exaltat. La darrera frase l'havia acabat d'exaltar:

—Caldrà que hi siguem tots. Cada un amb el seu uniforme. Jo portaré l'uniforme de la Guàrdia Nacional. Tu t'hauràs de conformar a ser-hi present!

Així fou com, novament, el nom d'Évariste Galois es trobava en una llista que van elaborar els homes de *monsieur* Guisquet. Les infiltracions, i les denúncies, van aconsellar de detenir-los uns dies abans de la celebració. L'onze de juliol, *monsieur* Guisquet —«per tal de garantir la seguretat de l'Estat»— donà l'ordre de detenir-los preventivament. La llista era completa. Contenia tots els caps de la revolta popular, tots els republicans considerats perillosos, tots els dirigents del moviment, els membres més significats de la Société des Amis du Peuple i els artillers més díscols de la dissolta Guàrdia Nacional.

—L'operació fou un autèntic fracàs —recordà a De la Hodde el prefecte—. Aquest fracàs, però, em va confirmar una sospita que tenia des de feia temps. A la prefectura, entre els meus col·laboradors, hi havia un traïdor, un espia, un republicà. Algú que jugava un do-



ble joc. Em vaig prometre que el descobriria, i que quan l'hagués descobert l'eliminaria.

De la Hodde es va sentir assenyalat. Què hi feia, si no, allà, al despatx privat de *monsieur* Gusquet repassant una vegada i una altra, tots els esdeveniments d'aquells darrers mesos?

—Potser vàreu pensar que era jo? —preguntà de la Hodde, nerviós, confús.

—Quan hi ha sospites de traïció, ningú no en queda exclòs. Ho enteneu?

—Però, l'heu descobert?

—Encara no! Però no us preocupeu, caurà!

No en va tenir cap dubte. Aquella sessió explicativa, recordatòria, era un interrogatori subtil. Una trampa que podia tancar-se damunt seu, apesant-lo. Podia estar tranquil. Ell sabia que no era l'espia que *monsieur* Guisquet buscava. I *monsieur le préfet* era un home intel·ligent i meticulós. No podia córrer cap risc. No podia córrer el risc d'acusar i prescindir de qui li havia estat fidel. No li calia témer res.

—A mi no em van avisar que calia amagar-se, que la policia tenia una ordre de detenció. Però no és estrany. Jo no figurava a la llista que havíeu elaborat. No se'm considerava perillós.

—El que m'estranya de tot això és que Galois no recorrés a tu. —*Monsieur* Guisquet l'havia tutejat. Fins aleshores no ho havia fet mai. Què significava aquell gest? Més confiança? Que el considerava el traïdor?

—Certament no ho va fer. Jo no el vaig veure més des de l'endemà del dia que havia sortit lliure.

—De fet, no era important. Pel que feia a Galois només calia esperar tres dies més. Sabíem que es manifestaria.

Ens ho havies dit. Sabíem que portaria l'uniforme de la Guàrdia Nacional. Això era un delicte important. L'esperaria!

Lucien De la Hodde tingué una inspiració. Hi havia quelcom personal en aquella persecució d'Évariste Galois? Podia ser que aquell home fred i impassible, pogués odiar ningú? Per quina raó? Quina ofensa li podia haver fet aquell jove matemàtic, romàntic i apassionat? Però, en aquella persecució hi havia quelcom de subtil que la convertia en personal. N'arribaria a saber algun dia les motivacions?

Tot fou molt previsible i molt fàcil. Galois i el seu camarada Duchatêlet van caure a la trampa, i això que era una trampa ben grollera. Vestits amb l'uniforme de la Guàrdia Nacional —un uniforme prohibit— van intentar creuar el Pont Neuf. Un cop van ser dins el pont la policia els va barrar la sortida. Estaven atrapats. Se'ls conduí a comissaria. Galois estava en una situació realment dolenta. Anava armat fins a les dents. Portava una carrabina carregada, dues pistoles i un punyal. Duchatêlet, en canvi, anava desarmat. L'únic que podien fer-li era deixar-lo anar, però decidiren tancar-lo fins a l'endemà. Una nit a la presó li aniria bé. A la cella, tot sol, s'ensorrà anímicament i dibuixà una guillotina, el cap de Lluís-Felip i una inscripció:

Felip lliurarà el cap a l'altar de la Revolució, oh Llibertat!

Fou suficient. Tots dos foren conduïts a la presó de Saint-Pélagie. L'arrest de Galois, un dels capitostos del

moviment revolucionari, es vengué com una gran victòria de l'acció del govern i de l'aparell policíac.

A la presó preventiva de Sainte-Pélagie, Évariste complí vint anys. La presó duraria nou mesos, el temps d'una gestació. La prova fou excessiva per a una ànima sensible, lliure, com la de Galois. La presó recloïa presos comuns: lladres, violadors, assassins... Tota una condició humana que ell desconeixia completament... La matemàtica li permeté de recloure's en si mateix, tot meditant nous teoremes i noves teories, que li permeteren evitar la contemplació i sobretot la participació en l'entorn immediat. L'ambient, però, influí en el seu esperit com palesen les *Lettres sur les prisons de Paris* de François-Vincent Raspail. La carta de 25 de juliol de 1831, és força explícita quan parla de Zanetto, el nom amb què bateja a Galois.

Pobre noi! per poder-se salvar de totes les trampes que l'esperen en tots els racons de la seva vida, només li falta una mica de recel; però la naturalesa no dóna pas aquesta qualitat. Hom l'adquireix a expenses d'un mateix, en el tracte amb els homes; és un antídoto que neix només quan un ja ha pres el verí. Oh societat! Heus ací el teu dilema: O ser enganyat pel mal o no creure en el bé! Però hi ha éssers que el seu àngel s'endú de la terra, quan el seu esguard és a punt d'entreveure aquest inexorable sofisme de les institucions mentideres.

La seva vida no fou realment gens afortunada. El mateix dia que els homes de Guisquet el buscaven per detenir-lo i impedir així la manifestació del 14 de juliol, a la sessió de l'Académie des Sciences es feia la lectura pública de l'informe de Denis Poisson sobre la memòria de Galois. L'informe estava signat també per Silvestre François Lacroix. La ressenya fou una obra mestra de perfídia. Amb

tota probabilitat responia més a la carta insidiosa que Galois els havia adreçat reclamant-los què passava amb la seva memòria, que no pas al contingut matemàtic estricte. Rebé doncs l'informe de François Arago, secretari de l'Académie, i el seu propi manuscrit a Sainte-Pélagie:

... el teorema no conté, com promet el títol, la condició de resolubilitat de les equacions resolubles per radicals. . . La condició, si existeix, ha de tenir un caràcter extern que s'ha de poder verificar tot examinant els coeficients d'una equació donada, o resolent una altra equació de grau més petit que la que es proposa. Ens hem esforçat a comprendre del tot la manera d'expressar-se de *mon-sieur* Galois. La seva tesi no és prou clara, no està prou desenvolupada, per poder-ne acceptar el rigor amb què es presenta. No és possible donar cap idea d'aquest treball. Per aquesta raó, us retornem l'escrit amb l'esperança que trobeu útils les observacions de *monsieur* Poisson per als vostres treballs posteriors.

No només era presoner de la política conservadora i retrògrada de Lluís-Felip i el seu govern, ho era també d'una matemàtica caduca. Galois era un revolucionari en totes les facetes de la seva activitat. Els seus jutges, jutgin el que jutgin, eren conservadors i reaccionaris. Aquest era, en síntesi, el drama de la seva vida.

No hi feia res! Li quedava encara la vida i la possibilitat d'oferir-la per França! A la presó aprèn les tàctiques polítiques, i el seus mètodes. El dia de l'aniversari dels Tres Gloriosos es convertí en el dia de l'acusació de Galois com a terrorista. Durant una missa al pati de la presó —la bandera tricolor onejava, tot presidint l'acte,— hi hagué moments d'aldarull i d'enfrontament amb els guàrdies. Enmig de l'enrenou un tret sortí d'una cel·la que es trobava enfront de la cel·la de Galois. Un preso-

ner fou ferit pel tret. Aquest fet, completament corrent a Sainte-Pélagi, es convertí en un atemptat contra el significat de la diada. Els republicans es revoltaren, i Galois acusà un guàrdia de la presó i, en fer-ho, acusà l'alcaid. L'acusació tingué una resposta immediata. Galois, el ferit i alguns altres presoners foren aïllats! Les víctimes esdevingueren culpables!

Les provocacions i les revoltes continuaren durant els tres dies commemoratius, però el resultat fou negatiu per als presos de Sainte-Pélagi, i per a Galois. Ell, el romàntic, l'apassionat, el polític, que no va poder participar activament en els Tres Gloriosos, tampoc no pogué participar en la seva commemoració. Quina crueltat, quina injustícia! L'esperit de Galois s'endurí cada cop més.

El procés es retardà. No hi havia pressa! Podia fer-se perfectament un cop passat l'estiu. La presó preventiva s'allargà...

De la Hodde seguia explicant els seus records a *monsieur* Guisquet, pausadament.

—No tinc cap mena de dubte que nosaltres vàrem contribuir a debilitar l'esperit de Galois. La seva mare em va venir a veure. Per què no ho havia de fer? Per a ella, jo era un amic del seu fill. Em va demanar que fes el que fos necessari perquè li deixessin veure l'Évariste. Potser jo coneixia algú que entendria l'angoixa d'una mare...

»La vaig consolar. Li vaig prometre que faria el que fos. I ho vaig fer. Ho recordeu? Us vaig comunicar que *madame* Galois cercava la manera de poder veure el seu fill.

—Ho recordo. Vaig prohibir personalment que, durant la presó preventiva, tingués cap visita, per evitar que, com l'altre cop, ningú no l'ajudés a preparar una defensa. A més, vaig evitar de rebre cap membre de la família Galois, amb excuses circumstancials.

—Jo el vaig anar a veure. Érem amics. Ell no entenia que pogués rebre les visites dels amics i no pogués rebre les de la seva mare. Li vaig fer entendre, només perquè insistia a saber què passava, que la seva mare no el volia veure. Que l'havia anat a visitar i li havia insistit perquè el visités, convençut que les seves visites aixecarien l'ànim d'Évariste. Però s'hi negà amb rotunditat. «Ja no el reconec», li vaig dir que m'havia dit la seva mare. «Veure'l em fa mal. No puc fer res per ajudar-lo. Ja no ens entenem. Jo no el puc ajudar, i ell em fa mal. No l'aniré a veure. No insistiu! Però no li ho digueu, deixeu-li entendre que no m'hi deixen anar». Això li vaig contar, però només perquè havia insistit, perquè havia apel·lat a la nostra amistat. Quan el vaig deixar, estava ben abatut. Li vaig prometre que si em deixaven el tornaria a visitar. Estava tant abatut que, quan jo ja gairebé era fora, el vaig sentir que exclamava: «Mare, on ets? Et necessito. Per què no véns a veure'm». Realment estava a les acaballes.

Finalment tingué lloc el judici. La inculpació era doble: «Portar un uniforme militar il·legal» i «portar armes sense autorització». L'advocat intentà de recordar al tribunal que eren membres de la Guàrdia Nacional, que tenien dret a dur l'uniforme, que era un uniforme que, en moltes ocasions, havia servit a França. Condemnarlos només a ells fóra una injustícia flagrant. Però no hi havia res a fer. L'article 25 del Codi penal era explícit.

Galois fou condemnat a sis mesos de presó. Ni la mare ni el germà, massa jove, no l'anaren a visitar. Però sí que ho féu la seva germana gran, Nathalie-Théodore. Ella escrigué la impressió de la visita al seu diari íntim:

Encara li queden cinc mesos. Cinc mesos sense prendre l'aire. És una perspectiva molt trista. Tinc por que la seva salut no se'n ressenti. L'he trobat tan fatigat! Sense poder-se lliurar a cap pensament que el distregui, el seu caràcter ha esdevingut completament ombrívol. Això l'ha fet envellir abans de temps. Té els ulls apagats, com si hagués viscut cinquanta anys!

La seva germana no sabia que l'aire esgotat del seu germà era degut, en part, a l'esforç que esmerçava de dia i de nit en les matemàtiques. Havia refet la memòria rebutjada per Poisson i havia escrit una «*Note sur Abel*», on demostrava, en contra de l'opinió de Poisson, que les seves idees eren independents de les d'Abel. A més, decidí publicar, pel seu compte atès que l'Académie li barrà el pas una vegada i una altra, un text manuscrit que titulà *Deux mémoires d'analyse pure*, i elaborà una llista de matemàtics a qui calia enviar-lo. A la llista s'hi trobaven els seus enemics: Cauchy, Lacroix, Poisson, però també d'altres noms com ara Ampère, Hachette, Legendre, Poincaré. Era un text de maduresa. Galois agraïa als mestres del Louis-le-Grand, Vernier i Richard, a l'incloure'ls a la llista, que l'haguessin introduït en el món de la matemàtica. A més esperava el judici dels matemàtics estrangers, Gauss, Jacobi, alemanys, i Ostrogradski, rus. També hi inclogué el suís Charles Sturm, vuit anys més gran que ell, director del «Bulletin de Férussac». Galois esperava que el Butlletí públic almenys una ressenya del seu treball. Tancat entre reixes necessitava més que mai el reconeixement dels seus germans

matemàtics, el necessitava com l'aire que respirava. El prefaci d'aquest text és admirable, i seria reproduït moltes vegades des que fou publicat. Galois, des de la presó, elaborà un text que seria clau en el futur de la matemàtica, perquè és un text que posa l'accent en un mètode nou: l'abstracció i les estructures. No hi ha cap reixat que pugui barrar el pas al pensament lliure, i els barrots de Sainte-Pélagie no pogueren tampoc cloure les idees creadores del jove matemàtic.



## Capítol 11

### ...i el duel

La guerra és l'art de destruir els homes.  
La política és l'art d'enganyar-los.

D'ALEMBERT

No entenia per què no es podia treure del cap Nathalie-Théodore. La seva presència es feia cada cop més persistent. Potser era el cansament. Ara s'adonava que estava cansat. Feia més de dues hores que repassaven els darrers mesos de la vida d'Évariste, i es feia pesat i monòton.

Guisquet, com si hagués llegit el pensament de l'espia, s'aixecà, s'apropà a un indret de la biblioteca i enretirà uns llibres. Ocultaven un petit moble bar.

—Un conyac, De la Hodde? —li preguntà.

—M'aniria de primera —li va respondre.

Guisquet va omplir, força generosament, dues copes. Després s'assegué novament darrere la taula. Hi deixà una copa al damunt i féu un gest amb la mà, perquè la

prengués. No tenia intenció de donar la reunió per acabada. Va prendre, doncs, la copa i féu un glop. Deixà el conyac una estona a la boca, delitant-se'n amb el sabor. Era un bon conyac. I prosseguí repassant els fets:

—Amb l'epidèmia de còlera, els presoners de Sainte-Pélagie foren traslladats a indrets diversos. Galois quedà reclòs, sota la seva paraula, a la clínica Faultrier, del número 86 de la *rue* de l'Oursine. Així que s'hi hagué instal·lat em va venir a veure. Volia que l'ajudés... El vaig notar estrany, però ho vaig atribuir als mesos de presó... Ara, a la vista dels fets, diria que recel·lava...

S'aturà i mirà Guisquet que tenia la copa entre les mans, com si volgués escalfar-la, mentre feia que el líquid girés. Semblava distret. Féu un altre glop. Guisquet l'apressà.

—Continua. No tenim tot el temps del món.

—S'havia adonat que la presó no duia a res. Calia una acció molt més definitiva. Una acció que fes alçar-se en armes tots els republicans, possibilités la restauració de la República. Estava com il·luminat, com embogit... Només quedava una cosa per fer. Morir per la Pàtria! Una mort plena de glòria que retornés al nom dels Galois allò que França els devia, que donés sentit a la mort del pare, massa inútil, als anys de servei de l'oncle, massa estèrils, i a la pròpia vida, tan desaprofitada.

»Recordo que li vaig dir:

—Amic meu el que demanes és molt difícil. La política és molt cauta. Ningú no vol màrtirs... Si no hi ha una revolta tothom evitarà la violència. Els enemics de la República no et mataran sense que els donis una raó.

»Aleshores caldrà usar les seves armes—em va dir.

Estava ben decidit—. A la presó he après molt dels meus enemics. Ells saben com fer-ho per reconduir els actes en benefici propi. Nosaltres podem fer el mateix. Podem fabricar un assassinat de la policia monàrquica, un assassinat dels homes de Guisquet.

»Però...?

»Res de peròs. Hi estic decidit. M'hi voleu ajudar?

»M'ho pensaré!

—Me'n recordo —intervingué l'*inspecteur*—. Em vas demanar que pensés una acció en la qual el sacrifici de la vida de Galois pogués semblar útil a la causa republicana. Però un cop mort, tot havia de quedar en no res. La seva mort havia de passar desapercebuda. Mai ningú no havia de trobar el seu cadàver. Tot havia de quedar en una desaparició de la qual ningú no ens pogués culpar.

Tant Guisquet com De la Hodde, com si volguessin recordar aquells dies, van beure un altre glop de conyat, i van restar en silenci un moment.

Com li brillaven els ulls! L'amargura que havia acumulat durant aquells mesos llargs de presó li havia desaparegut del físic, i de l'ànima. Quan es tenen vint anys, és fàcil recuperar-se. I Galois ho havia aconseguit. Havia descobert l'existència de l'altre sexe, la passió amorosa, la tendresa de l'amor quan és compartit. Havia conegut *mademoiselle* Stéphanie, filla de Poterin-Dumotel, un dels metges de la clínica. Vivia al mateix carrer, i Évariste la veia amb freqüència. Era el primer amor del jove Galois, un amor romàntic, apassionat, que li premia el cor.

—Vull viure, Lucien. Vull viure...

Havia anat a veure l'amic, per fer-lo partícip de la seva felicitat, però també perquè ja no volia morir. No volia morir ni per la causa republicana, ni pel seu pare, ni per ell mateix, ni per França. Volia viure. Necessitava desesparadament viure. Per què tot era sempre desesperat en el jove Galois?

Li havia preguntat si s'havia enamorat mai. Quan Lucien li va dir que sí, que ho havia fet moltes vegades, van discutir. Per a Évariste no era possible enamorar-se moltes vegades. L'amor autèntic és únic i no es pot repetir. De la Hodde hagué de reconèixer que ell no s'havia arribat a enamorar mai, o en tot cas no amb aquella classe d'amor que oprimia el cor, la ment i l'esperit del seu company. Aleshores, Évariste li va dir:

—Oblida tot el que et vaig dir l'altre dia... No sabia el que m'esperava. Ara no puc oferir la vida per la causa, ho entens oi?

Ell hi estigué d'acord. Era molt més raonable aquesta actitud d'ara que no pas la de feia uns dies. Quan es van acomiadar, Lucien De la Hodde va dubtar si calia comunicar un fet tan personal a *monsieur* Guisquet. Quin profit en podria treure de saber-ho? Però havia après que, en el joc de les traicions, el millor és no comprometre's. I li ho comunicà.

*Monsieur* Guisquet no s'ho podia creure. Era la millor notícia que li podien haver donat. Ara tenia Évariste on l'havia volgut tenir durant tots aquells anys. Enamorat! El jove matemàtic, romàntic i apassionat, estava enamorat. S'havia enamorat per primera vegada i ja tenia vint anys. Era, n'estava convençut, un amor molt intens. Havia d'aconseguir que la passió d'Évariste per

Stéphanie esdevingués un desengany. Un altre desengany, el més profund, el darrer. Si aconseguia convertir l'amor d'Stéphanie en desdeny, un desdeny que ferís la sensibilitat tendra del jove romàntic i apassionat, Évariste Galois seria una presa fàcil.

*Monsieur* Guisquet va fer que els seus homes investiguessin amb profunditat *monsieur* Poterin-Dumotel. La situació econòmica, les fidelitats polítiques, l'activitat professional dels darrers anys, els vicis. Que no passessin res per alt. Quan va tenir tota la informació en el seu poder, va trobar els punts febles del bon doctor. En mans d'homes com Guisquet, ell ho sabia millor que ningú, tothom té punts febles. I el va amenaçar. No va costar gaire que *monsieur* Poterin-Dumotel es posés a disposició dels seus homes. Faria el que volguessin.

—És molt senzill. Volem que la vostra filla Stéphanie trenqui amb Évariste Galois, que li enviï dues o tres cartes en les quals li faci entendre que el seu amor no és correspost, que no vol que la importuni més...

*Monsieur* Poterin-Dumotel no s'ho podia creure! Era ben fàcil. La tranquil·litat tornava a les seves vides. Li va costar convèncer la seva filla. No li podia explicar les raons. No li importava que Évariste fos republicà, revolucionari. No li feia res que hagués fracassat a l'École Polytechnique, i a l'École Normale. Se l'estimava! Li ho va haver de prohibir. No volia que es veiés més amb un revolucionari que havia estat detingut, processat en dues ocasions, i empresonat. Li va manar que li escrigués. No calia ofrendre'l. Només li havia de dir que no l'estimava.

Com hauria patit *monsieur* Guisquet si hagués vist amb quina ràbia el jove Évariste esquinçava les cartes d'Sté-

phanie i les cremava. Ell volia que quedés constància del trencament. Això justificaria qualsevol acte foll del jove Galois. Quina sensació hauria tingut si hagués vist com intentava de recordar-les? No ho podrem saber mai, però ho podem imaginar.

Sigui com sigui, Évariste Galois va intentar de refer les cartes en les quals Stéphanie li deia que no l'estimava. Les llacunes posen ben de manifest quines són les paraules que no va poder recordar i alhora la passió que l'acompanyava en llegir-les.

Acabem amb tot això, si us plau. No tinc prou esperit per continuar una correspondència d'aquesta mena, però miraré de tenir-ne suficient per conversar amb vós, tal com ho feia abans que no hagués passat res. Heus aquí, senyor, el                   té                   quelcom que us obliga                   pel que fa a mi i no pensar mai més en coses que no sé que hagin existit i que mai no existiran.

Senyor! Res d'Évariste meu, Évariste del meu cor. No més senyor meu. Qui ho podria resistir? Què vol dir que no ha existit mai i que mai no existirà? No acceptava que tot ha canviat des que «va passar», des que es van estimar. Calia fer-la recapacitar. S'estimaven. Això no ho podia negar! Li escriuria. Tant de bo no ho hagués fet. La resposta fou d'allò més colpidora, però el record d'Évariste és ple de llacunes.

He seguit el vostre consell i he pensat                   tot el que va passar.                   Sigui quina sigui la denominació que li donem,                   s'ha establert entre nosaltres. Pel que fa a la resta, senyor, estigueu segur que mai no hauria anat a més; esteu ben equivocat i les vostres queixes no tenen fonament. L'autèntica amistat només existeix entre les persones que són del mateix sexe.                   i

sobretot dels amics plens a la vida que  
 l'absència de tot sentiment d'aquesta mena me-  
 va confiança però ha estat greument ferida  
 m'heu vist trista i me n'heu demanat la raó. Us he res-  
 post que tenia penes, que algú me les havia provocat. He  
 pensat que ho prendríeu com qualsevol altra persona da-  
 vant la qual deixem caure una paraula per a no  
 ho és pas. La calma de les idees em deixa en lli-  
 bertat per poder jutjar sense gaire reflexió les persones  
 que veig habitualment; això fa que rarament pensi que  
 m'he equivocat o deixat influir en la meua opinió sobre  
 ells. No sóc pas de la vostra opinió sobre els sentiments  
 més dels que exigir ni si us dono les grà-  
 cies més sinceres en tot allò que voldríeu fer a favor meu.

És difícil copsar la complexitat de la carta d'Stéphanie,  
 però sabem que fou definitiva. Évariste ho manifesta en  
 una carta al seu amic Auguste Chevalier.

Amic meu, hi ha plaer en la tristesa, perquè aquesta  
 pot ser consolada. Hom és vertaderament benaurat de  
 sofrir quan té amics. La teua carta [...] m'ha portat una  
 mica de calma. Però, com puc destruir la petjada d'unes  
 emocions tan violentes com les que acabo de passar?

Com puc consolar-me a l'haver exhaurit en un mes la font  
 més bella de felicitat que hi ha a l'interior de l'home, i  
 d'haver-la esgotat sense cap mena de satisfacció, sense  
 esperança, però convençut que he quedat sec per sem-  
 pre més?

Oh! Després d'això, em prediqueu la pau! Demaneu  
 als homes que pateixen que tinguin pietat pel que passa!  
 Pietat, mai! Odi, això és tot! Qui no sent profundament  
 aquest odi del present, no pot pas tenir amor pel futur.

[...] No vull haver sofert sense venjar-me. A banda d'ai-  
 xò, sóc dels vostres.

[...] Dius que els que m'estimen m'han d'ajudar a aplanar les dificultats que m'ofereix el món. Els qui m'estimen, ho saps prou bé, són rars.

[...] Vull dubtar de la teva profecia cruel, quan dius que ja no treballaré més. Però entenc que és molt versemblant. Per esdevenir un savi, em fa falta això, serenor, però el meu cor s'ha revoltat contra el meu cap.

[...] Estic desencantat de tot, fins i tot de l'amor a la glòria. Com pot deshonrar-me un món que detesto? Penseu-ho amb calma.

Évariste Galois se sentia colpejat per tothom i per molts esdeveniments. La mort del pare, una mort inútil, la mort del vençut; l'abandonament progressiu de la mare; el rebuig constant, durant massa anys, dels matemàtics més eminents de l'època, malgrat els seus esforços constants. Se sentia sol. Ni, en els moments gloriosos, havia pogut contribuir, amb la seva presència, a fer història. Les detencions havien estat inútils, per a ell i per a la causa republicana. Estava sol. Només li quedaven els camarades de la Société des Amis du Peuple, els germans Chevalier, Duchâtelet. Fins i tot el seu amic Lucien l'havia enganyat. Li havia fet creure que la mare no el volia veure. Per què? Era potser una venjança envers la seva mare, perquè sempre l'havia tractat com un amic del seu fill? Era, doncs, certa la intuïció que va tenir, fa dos anys, quan va passar l'estiu amb ell a Bourg-la-Reine? Tant l'havia afectat? Fos com fos, ja no hi podia confiar. El seu comportament havia estat impropï d'un amic, d'un camarada, i molt cruel. I quan semblava que la llum del somriure amorós de l'Stéphanie havia il·luminat la seva vida amb una llum que no mor mai, tot era un miratge. Quina buidor!



Però no abandonaria pas la residència de la clínica. Continuarà allà, fins i tot un cop alliberat definitivament de la presó. Així se sentiria més a prop d'Stéphanie. Esperava amb tanta ansietat una reconciliació que no arribava. Com més dies passaven, més vençut, més acabat se sentia. Començà a comprendre els sentiments del seu pare els darrers dies de la seva vida. Però, no! No pensava rendir-se! Moriria lluitant! Calia ser a París, amatent a qualsevol esdeveniment polític que pogués ser-li útil, que li permetés d'oferir la vida per la República.

I, com en tantes altres ocasions, el destí va jugar. Un fet força casual va mobilitzar els Amis du Peuple. La vídua del fill de Carles X havia tornat a França. El seu fill vivia, exiliat, a Praga, amb un preceptor que Galois hauria envejat: el vell Cauchy, que sempre s'havia mantingut fidel a la casa dels borbons. De fet, els legitimistes, com ara Cauchy, com ara Guisquet, veien en Lluís-Felip un usurpador. Calia que retornés l'hereu dels borbons per la gràcia de Déu. El retorn de la vídua era una martingala política dels legitimistes, i suposava una provocació per als republicans. Calia actuar ben decididament.

*Monsieur* Guisquet continuava jugant amb la copa de conyac, mentre De la Hodde exposava els esdeveniments.

—Aleshores va tenir lloc una assemblea dels Amis du Peuple a casa d'un d'ells, al número 18 de la *rue* de l'Hôpital-Saint-Louis. S'havia convocat per al dia 7 de maig. Havia arribat l'ocasió que esperàvem, i no la podíem deixar passar. Galois hi assistiria com a invitat d'honor. Seria homenetjat i aclamat. Tothom li reconeixeria una gran capacitat de provocació, una gran passió per la causa republicana, molt de valor, i una enorme disponibilitat. Fou un moment de glòria, però efímer. Galois el

volia convertir en un moment de glòria definitiu. Volia convertir-se en un *héros de la Patrie*.

»Hi vam assistir plegats. M'havia vingut a buscar a casa, però no em feia gaire cas. Semblava com si quelcom s'hagués trencat entre nosaltres. Ho vaig atribuir al fet que aquell era el seu dia. Jo no l'havia volgut seguir quan va decidir fer-se de la Guàrdia Nacional, ni tampoc en la manifestació on fou detingut. Potser sentia una mica de menyspreu per la meva covardia. No li vaig donar importància. M'havia vingut a buscar ell.

La sala més gran de la casa era plena a vessar. Els ànims estaven encesos. La presència de Galois despertava el desig de glòria i sacrifici. Qualsevol sacrifici era poc per la República, per la democràcia, per la llibertat. De seguida quedà clar que calia una revolta del poble de França. Calia un detonant! El retorn de la vídua del fill de Carles X era un fet políticament greu, però que no aconseguiria aixecar els *citoyens*. Calia un motiu més provocador, més sagnant, més esfereïdor... Però, quin? Els havia fallat l'incendi de les dues torres de Notre Dâme. Quan hi van arribar, els homes de *monsieur* Guisquet —quin enemic més astut i difícil d'agafar desprevingut— havien pres l'Església i en barraven l'entrada. Els republicans estaven convençuts que el poble de París, en veure cremar les torres de la Catedral, s'encendria ell també i seria fàcilment manejable. Només se l'hauria de convèncer de què havia estat la policia monàrquica, un més dels seus abusos. Però el pla havia fallat i ara estaven vençuts i alhora excitats. Necessitaven un gest, una victòria.

—Ara és el moment —li vaig xiuxiuejar—, no et sembla? Ara és la teva oportunitat!

Évariste no ho dubtà gens. S'aixecà, i després d'escoltar més visques en honor a la seva persona, va demanar silenci, i va dir.

—Camarades, escolteu-me! Hi ha una manera. Cal que un dels nostres sigui assassinat per la policia!

—Això no ho aconseguirem pas —fou la resposta de Raspail—. La policia va amb peus de plom. Vol evitar els màrtirs.

Évariste estava exaltat. S'apropava el moment, i ell ho sabia.

—Doncs, l'hem de fabricar...

—Fabricar? —preguntaven uns.

—Què vols dir? —interrogaven d'altres.

Raspail, sospitant quelcom massa perillós, li digué:

—Explica't!

—Cal un màrtir, oi? —va preguntar a l'assemblea.

—Sí, sí! Cal un màrtir! —. El crit fou unànime.

—Però la policia no està disposada a proporcionar-nos el, oi?

—De ben segur que no —respongué un dirigent.

Raspail estava callat i pensatiu, com si intuís...

—Doncs, fabriquem-lo.

—Com? —cridaven uns.

—Qui —preguntaven uns altres.

Aleshores Évariste Galois tragué el pit enfora, amb dig-

nitat, es posà dret, i digué amb veu segura i ferma.

—Jo!

—Què dius?

Fou un clam.

—Deixeu-me parlar. Ho tinc tot molt ben pensat. No pot fallar.

I tant si ho tenia ben pensat! Amb tota mena de detalls. Calia fer un duel entre ell i un amic seu, un amic íntim. S'havia d'evitar qualsevol sospita. No hi havia d'haver cap motiu per al duel. Era necessari crear una gran confusió sobre el possible motiu, per tal que quedés palès que, realment, no n'hi havia hagut cap de duel. Ell duria l'arma descarregada. El seu contrincant l'hauria de ferir de mort, i deixar-lo abandonat. Això era essencial en el seu pla. En cap duel, els ferits o morts eren abandonats. Els padrins es preocupaven del seu apadrinat. No l'abandonaven mai a la seva sort. Només en els atemptats els morts es deixaven allà on queien. Per això, passades algunes hores, calia que el trobessin i fessin córrer que l'havia mort la policia per ordre expressa del prefecte de París. «Galois assassinat», seria el crit de guerra. Évariste mort a trets pels esbirros del rei seria el detonant de la revolta. Els republicans —els *citoyens* de París— no podrien deixar la seva mort impune. No podrien permetre que fos inútil. Caldria venjar-la. Caldria cridar: «Alumnes de l'École Polytechnique han mort un matemàtic! Alumnes de l'École Normale, penseu trair-lo una altra vegada? Podeu premetre que la policia assassini impunement un que ha viscut entre vosaltres? Membres de la Guàrdia Nacional, heu oblidat que vàreu jurar fidelitat a la República? Podeu oblidar, sense venjar-la,

la mort d'un dels vostres?»

I tant si ho tenia pensat! Tots els detalls. Totes les reaccions. Els seus camarades estaven sorpresos. No s'ho esperaven, No ho podien permetre. No podien sacrificar un dels seus membres! Però ell es va revoltar. No hi havia cap altre camí. I, a més, els va dir «jo ja sóc mort». «He mort moltes vegades, sense honor, sense glòria. Sense família, sense l'amor de l'Stéphanie, sense el reconeixement de la meva obra matemàtica, expulsat de l'École Normale i no admés a l'École Polytechnique, sóc mort». L'assemblea estava compungida. A poc a poc es deixava influir per l'estat d'ànim del jove Galois, el romàntic, l'apassionat. Ell insistia. «Només la mort em pot tornar la vida... I la del meu pare! Jo us ofereixo la vida perquè la feu servir per restablir la República. Vosaltres no podeu oblidar la fidelitat que deveu a la República, a la democràcia, a França! Teniu l'obligació d'acceptar l'oportunitat que us ofereixo!»

Els més exaltats, ja estan convençuts.

—Sí. Cal fer-ho. Té raó. Cal que algú mori per França, per la democràcia, per la llibertat.

—Però és molt jove! És massa jove per morir! —exclamen uns altres, esverats davant del que se'ls proposa.

—No serà una mort inútil! La venjarem! Évariste, et venjarem! La seva mort el farà immortal! La seva mort —la sang que vessi— abonarà el camí cap a la República!

Tot semblava ben decidit. Però encara faltava un detall.

—Qui ho farà? Qui pot voler matar un amic? Qui de nosaltres ho podrà suportar?

Évariste ho tenia previst. Havia trobat un amic disposat a fer-ho. Havien viscut experiències comunes que els havien agermanat.

—Ho farà Duchâtelet —digué taxativament Galois—. Ja està decidit. Però no ho ha de saber mai ningú. Mai no ha de ser acusat de la meva mort. I tu, Julien, faràs que em trobin, abandonat, desagnant, cap al foscant, quan ja estigui fred. I ho comunicaràs als diaris, als Amis du Peuple. Recordeu que ningú no en sap res, de la meva mort. Ha estat decidida i efectuada per la policia. Ho faràs córrer per les *écoles*, entre els membres de l'antiga Guàrdia Nacional. Cal que facis pasquins i els pengis arreu, per tot París.

Quan l'assemblea es va dissoldre, tot estava decidit. Galois moriria. La seva mort redimiria la seva vida. El jove matemàtic, romàntic i apassionat, hauria aconseguit, per fi, la glòria tant temps cobejada.

Però *monsieur* Guisquet i De la Hodde en tenien uns altres, de plans.

—Cal evitar que el cadàver sigui trobat —li digué *monsieur* Guisquet a De la Hodde quan aquest li comunicà la decisió presa a l'assemblea dels Amis du Peuple—. Tu el faràs desaparèixer. Aniràs a l'estany de la Glacière, de bon matí, i hi romandràs amagat. Així que el duel s'hagi acabat i Évariste Galois estigui sol, el llançaràs al llac i t'asseguraràs que mai més no suri. Ningú no ha de trobar mai el cadàver. Sense cadàver no hi ha màrtir. Si no hi ha cadàver, la policia no el pot haver mort. I si la policia no ha mort ningú, tota l'estratègia s'ensorra. L'infeliç jove Galois, sempre tan romàntic i apassionat, haurà mort —com ha viscut— per a no res que valgui la pena.

A De la Hodde el va sorprendre el lleu somriure que s'insinuava als llavis de *monsieur* Gusiquet. Mai no l'havia vist somriure. Creia que aquells ulls grisos, de besuc mort, no podien somriure.

Se'ls havia acabat el conyac, i se'ls havia acabat la història. Ara calia esbrinar què havia fallat.

—Per què no vas retirar el cadàver? —volia saber l'inspector—. Què és el que va passar? Vull saber-ho tot!

—El matí del duel, quan m'estava preparant per traslladar-me a Gentilly vaig tenir dues visites inesperades.

Havia acabat de fer un mos, es preparava per sortir, quan van arribar, realment excitats, els camarades Napoléon Lebon i Victor Delaunay. Cap d'ells no havia estat a la darrera assemblea dels Amis du Peuple. Desconeixien el que s'hi havia decidit. Un missatger els havia portat una carta, més ben dit, un full de paper amb unes notes mal escrites, del seu amic Galois.

París, 29 de maig de 1832

Estimats amics meus,

He sigut provocat per dos patriotes... No m'hi he pogut refusar.

Us demano perdó per no haver-vos-en advertit, però els adversaris m'han fet jurar per l'honor que no previndria cap patriota.

La vostra tasca és senzilla: heu de provar que m'ham abatut en contra del meu desig, és a dir, després d'haver intentat per tots els mitjans d'evitar-ho. I digueu si em creieu capaç de mentir per un motiu tan petit com el que se m'imputa.

Recordau-vos de mi. Com que la sort no se m'ha presentat en vida, féu que la pàtria recordi el meu nom.

Moro amic vostre,

É. Galois

«Nitens lux, horrenda procella,  
tenebris aeternis involuta»

—Tu eres el seu amic íntim. Ho has de saber. Ho hem d'impedir.

De la Hodde es trobava en una situació difícil. No ho podia impedir. Calia que el pla es desenvolupés tal com havia estat planejat. Calia que Galois morís i desaparegués. Això és el que havien acordat ell i *monsieur* Guisquet. I no gosava trair-lo. No gosava ni pensar a trair-lo.

—Ho heu de preguntar a la Société. Jo no us puc dir res. No sé res. Però, si el jove Galois diu que l'han reptat en duel, deu ser veritat!

—No és possible! Dos patriotes! Galois és un heroi! Ha servit a la causa amb la presó. Cap patriota no el reptaria sense enfrontar-se amb el menyspreu dels camarades —digué Lebon.

En canvi Delaunay no entenia el darrer paràgraf.

—Què vol dir quan ens demana que fem el que sigui possible perquè la pàtria no l'oblidi?

—Només us puc dir que aneu a veure a Raspail. Ell us ho explicarà.

Els va fer fora tan de pressa com va poder. I es traslladà al lloc del duel. Quan hi va arribar, quedà sorprès. No hi havia cap cadàver. «Potser el duel, a darrera hora, no havia tingut lloc», va pensar. «Galois i Duchâtelet



ho deuen haver deixat córrer». Va pensar que el millor que podia fer era anar a la Société des Amis du Peuple, aviam quin ambient es respirava. A veure si algú l'informava de què havia passat. Quan hi arribà, trobà uns quants camarades exaltats. Havien rebut una carta d'Évariste. Estava adreçada a «tots els republicans».

Prego als patriotes amics meus que no em tinguin en compte que no mori pel país.

Moro víctima d'una coqueta infame i de dues altres víctimes de la coqueta. La meva vida s'extingeix en un cancan miserable.

Oh! Per què morir per tan poca cosa, morir per quelcom tan menyspreable!

Prenc el cel per testimoni quan dic que m'he vist forçat a cedir a una provocació que he intentat d'evitar amb tots els mitjans.

Em culpo d'haver dit una veritat funesta a homes que no estaven preparats per acceptar-la amb sang freda. Però els he dit la veritat. Me'n duc a la tomba una consciència neta d'ofensa, neta de sang patriota.

Adéu! He posat la meva vida a disposició del bé públic.

Perdono als qui m'han matat. Ho han fet de bona fe.

A De la Hodde se li feia difícil de comprendre el significat d'aquestes cartes. Eren absolutament falses. Quin era l'objectiu de Galois quan les escrigué. Potser volia donar a entendre amb tantes falsedats que era víctima d'esbirros de la policia, que era, de fet, la prefectura de París la que l'havia obligat a batre's en duel. Intentava així exculpar els patriotes, els camarades de la Société des Amis du Peuple. A més, a l'escrit, introduïa la possibilitat d'un assassinat. Un duel autèntic li hauria deixat

sempre una possibilitat de no morir, i ell donava per fet que moriria. Potser volia deixar oberta la possibilitat d'un duel forçat per si els *citoyens* no veien clar l'assassinat, un atemptat en fred per part de la policia? Sigui com sigui, les cartes posaven de manifest que el duel havia tingut lloc, tal com s'havia previst. Però aleshores, on era el cadàver de Galois? Com havia desaparegut? No li diria res a *monsieur* Guisquet. Esperaria a veure com es desenvolupaven els fets! Ja no hi podia fer res!

—Ara sabem —digué *monsieur* Guisquet— que el seu germà n'estava assabentat. Va anar al lloc dels fets quan Galois estava ja agonitzant i el va traslladar, sense pèrdua de temps, a l'Hôpital Couchin, on va morir.

Mirà fixament De la Hodde.

—És que em vàreu trair? O bé, és que Galois us va descobrir i us va enganyar?

No ho podia recordar, però hi havia un fet que li voltava pel cap. Unes paraules que la mare d'Évariste li havia dit quan li havia anat a donar el condol. Quines? Necessitava recordar-les?

—I bé? —*monsieur* Guisquet estava impacient— Què va passar? Tenim un cadàver! Tenim un màrtir! Demà, què passarà quan l'enterrem? El germà no vol que sigui enterrat a Bourg-la-Reine. Vol que l'enterrem al cementiri de Montparnasse, a París. De ben segur que hi assistiran tots els camarades, tots el republicans, companys de l'École Polytechnique, de la Guàrdia Nacional. Necessito saber què va passar. He de saber a què m'enfronto!

—Un moment! Un moment! Em sembla que ja ho recordo. La seva mare em va dir: «No ens ha estranyat gens la seva mort. Quan la Nathalie el va visitar a la presó, el va trobar anímicament desfet».

—Què heu dit? —gairebé cridà *monsieur* Guisquet.

—Sí, sí! És això! Em va descobrir. La seva germana el va visitar a Sainte-Pélagie. Ell li devia preguntar per què no el visitava la mare, i ella li devia respondre que no la deixaven. «Com que no la deixen!», devia exclamar Évariste. «Em pensava que no em volia veure». La germana devia posar al descobert la meua mentida. «Què dius? No viu! Ha fet tot els possibles per poder-te veure. Fins i tot ha recorregut a De la Hodde».

Estava cansat. L'havien descobert.

—Des d'aleshores Galois em devia utilitzar... Segurament va ser ell mateix qui va fer que el seu germà se n'assabentés. Per això el va anar a buscar a la Glacière i el va portar a l'hospital.

—Penses que ho diria als altres membres de la Société que ets un espia?

—He de pensar que sí! Em va utilitzar per aconseguir allò que volia, que la seva mort fos el començament del nostre final.

—Llàstima! M'eres molt útil... Però m'has fet un favor.

—Quin?

—M'has ajudat a descobrir l'espia!

—No veig com! No us pensareu que sóc jo?

—Pots retirar-te! Ja et cridaré quan ho cregui oportú i et donaré instruccions...

Mirà la copa de conyac que hi havia damunt la taula, com acomiadant-se'n. S'aixecà i sortí. Què li esperava? Havia fallat! No havia estat capaç de copsar tota l'astúcia d'aquell jove. Ara *monsieur* Guisquet ja no confiaria en ell! Què podia fer? Fugir? On? No! Fugir donaria més arguments a *monsieur* Guisquet. Es quedaria. Potser encara podria ser útil. Li diria que estava disposat a seguir fent d'espia. Potser Galois no havia dit res als companys. Potser havia actuat tot sol en aquella petita venjança. Estava decidit a arriscar-se!

I ho encertà. Galois no havia sospitat mai que pogués ser del bàndol contrari. Romàntic com era, va creure que les accions de De la Hodde eren degudes al despit vers la seva mare. Évariste, però, no li podia perdonar que no ajudés la mare a visitar-lo a la presó. Per això, i només per això, el va enganyar. Romàntic com era, volia robar-li els moments de glòria que la seva mort podien haver proporcionat a l'amic. Al cap i a la fi, el creia un republicà sense passió, però un republicà fidel.

De la Hodde seria descobert l'any 1848, pocs dies abans que els republicans aconseguissin establir la Segona República, de vida tan curta. Feia ja més de vuit anys que *monsieur* Guisquet havia estat substituït. L'havien retirat, però, amb honors!

No feia pas gaire que havia tornat del cementiri de Montparnasse. Havia volgut estar present en l'enterrament del jove Galois, com feia no gaires anys havia assistit al del seu pare. Havia aconseguit —s'ho havia proposat i ho havia promès al seu amic— aniquilar per sempre més la família Galois. Però calia evitar qualsevol mena de revolta política. Segons els informes de què disposava, durant l'enterrament s'havia de produir un motí,

una revolta. Els seus homes havien fet una batuda al n° 20 de la *rue Saint-André-des-Arcs*, on els Amis du Peuple havien de fer una assemblea. Però com ja havia passat altres vegades —maleït espia!— només hi havia una trentena de membres, cap dels caps. Tan sols hi eren els que no havien pogut ser avisats, tots ells membres molt poc rellevants. Segur que s'havien reunit en un altre indret i allí havien decidit com actuarien durant l'enterrament del jove revolucionari. No havien convocat De la Hodde. Tot això feia que *monsieur* Guisquet no estigués gaire ben informat del que passaria durant l'enterrament. Ni ell ni els seus homes podien faltar a la cita.

«La Tribune» del 3 de juny en relata la cerimònia.

El comboi fúnebre d'Évariste Galois ha tingut lloc avui dissabte al migdia. Una representació d'Amis du Peuple, d'alumnes de les *Écoles* de Dret i de Medicina, un destacament de l'Artilleria de París, i una multitud d'amics l'acompanyaven. Arribats als *boulevards* exteriors, el fèretre, tret de la carrossa funerària, ha estat dut damunt les espatlles dels camarades fins al cementiri de Montparnasse. Els *citoyens* Plaignol i Charles Pinel han expressat amb vivacitat, sobre la tomba de Galois, els planys dels seus nombrosos amics. També d'altres patriotes han rendit homenatge a la seva memòria.

Fou enterrat, com Mozart, a la fossa comuna. Per a *monsieur* Guisquet s'acabava definitivament un «republicà influent», i amb ell tota la família dels Galois.

La policia encerclava el cementiri i les 3.000 persones que hi havien assistit. Alguns efectius del cos d'Artilleria també estaven alertats. Però, no va passar res! Això el preocupava. Potser havien descobert l'espia i havien

decidit no fer res? Si fos així, d'ara endavant tot seria més complicat! Què havia passat? La mort del jove Galois finalment l'havia de perjudicar, posant al descobert la seva xarxa d'informadors?

No va ser res d'això! Fou la fatillera maligna que havia perseguit Évariste durant tota la seva vida qui també va voler-lo acompanyar en la mort, i durant l'enterrament en aquella fossa anònima. Tot havia estat planejat fins al darrer detall. Plaignol i Pinel, membres rellevants dels Amis du Peuple, havien de fer uns panegírics d'Évariste cada cop més emotius, més agressius, més patriòtics, més violents. La intenció era encendre els ànims dels assistents:

—Han mort un jove que l'única cosa que volia era justícia, llibertat, igualtat, pau...

—No pregunteu qui ha estat el seu botxí. Tots el coneixeu! Tots sabem qui ha estat! Ha estat la policia, els gossos guardians d'una monarquia que no volem!

—No farem res per venjar aquesta mort innocent d'un *citoyen* com nosaltres?

—Venjança! Venjança!

—Llibertat! Llibertat!

—Per la República! A baix la monarquia!

Els textos s'havien pensat amb molta cura. On calia col·locar les frases incendiàries. Com calia corejar-les des de la multitud. Eren pocs, però calia que semblés que era tot el poble de París qui demanava justícia, llibertat, pau, democràcia, i el més important de tot la República.

Mentre els discursos s'allargaven, entre els assistents va començar a córrer una veu. Acabava de morir Maximi-

lien Lamarque, el mateix a qui Napoleó, al llit de mort, havia nomenat mariscal de França. Els dirigents dels partits liberals, revolucionaris i republicans sabien que el seu enterrament aplegaria una gran multitud de *citoyens*, que voldrien retre-li un últim homenatge, molts més dels que ara eren al cementiri de Montparnasse. Aquest convenciment els aconsellava posposar la revolta. Sabien —*monsieur* Guisquet també ho sabia— que com més nombrosa és la multitud més fàcil és encendre-la. Avui no farien res. No havien de fer res. Era molt millor esperar, i esperarien. Finalment la mort de Galois, com la seva vida, hauria esdevingut també un fracàs.

Destí, per què vas trair una vegada més Galois, jove matemàtic, romàntic, apassionat, revolucionari? Per què no vas permetre que la seva mort fos, com ell havia disposat, un moment esplendorós de glòria? I, si la insurrecció havia de tenir lloc els dies 5 i 6 de juny, només dos o tres dies més tard, durant l'enterrament del general Lamarque, per què li vas impedir, un altre cop, que pogués ser-hi present? Per què no el vas deixar viure una mica més? Tota la vida delint per un moment de glòria amb el restabliment de la República, per què mai no li vas permetre poder participar en les revoltes republicanes? Per què no li vas permetre —a ell que amb tanta passió havia defensat, fins i tot en contra de la família, la necessitat d'una França socialista— ser present a la primera manifestació en què onejava la bandera rosa del socialisme?

*Monsieur* Guisquet estava satisfet. En tenia motius. L'enterrament havia estat un fracàs. Tot el que Évariste Galois havia organitzat s'havia fet fonedís. S'havia traslladat a Sainte-Pélagie. L'alcaid estava cercant

el salconduit que havia permès *mademoiselle* Nathalie Théodore Galois visitar el seu germà, malgrat l'ordre explícita que ell havia donat que no fos visitat. Per fi sabia quin dels seus homes de confiança l'havia traït. Estava satisfet. La mort inútil de Galois li hauria servit per a aconseguir complir la promesa feta a *monsieur* Bertholi, i per a descobrir el traïdor, l'home que havia permès que, en més d'una ocasió, les seves decisions esdevinguessin fracassos. Però ara en veuria el nom escrit. Ell mateix s'hauria delatat en firmar el salconduit.

L'alcaid l'hi lliurà. El mirà amb avidesa controlada, però no pogué controlar una exclamació.

—No pot ser!

—Hi ha quelcom d'incorrecte? —preguntà l'alcaid. No es coneixien gaire, però sabia que *monsieur* Gusquet era un home temut per la seva sang freda.

—No, no res. Tot és correcte.

I li va retornat el paper. Un sentiment d'ira, de ràbia intensa —quelcom que intentava d'evitar— li havia fet perdre, per uns instants, els estreps. La firma que hi havia al salconduit era la seva. Bé, ell ho sabia perfectament, era una falsificació, però era una bona falsificació. Qui podia haver-ho fet? Novament l'espia se li escapava de les mans. Però ell era pacient. Ja l'atraparia...

S'equivocava. Mai no aconseguiria descobrir-lo. I tampoc mai no sospitaria —potser ho hauria hagut de fer— qui era el falsificador. Tot era fruit de la petita venjança d'un home que s'havia sentit menyspreat, i que *monsieur* Guisquet ja havia oblidat. El jove mossèn Peletier havia intentat veure'l en diverses ocasions quan els *ci-toyens* de Bourg-la-Reine havien fet tot el que havien pogut perquè fos traslladat. *Monsieur* Guisquet ja no



el necessitava, i l'havia abandonat. Era un infeliç. Ja n'havia tret tot el que volia. No el necessitava. El seu futur no l'interessava. No l'havia rebut mai més, i l'havia oblidat completament. Però mossèn Pélétier no era dels qui obliden un menyspreu, ni tapoc una mà estesa. En els moments de dissort, havia aconseguit que la germana de Galois el rebés i l'escoltés. I, malgrat que ella no havia pogut fer res a favor seu, li estava agraït. Per això, quan ella l'anà a veure per demanar-li que intercedís davant *monsieur* Guisquet, falsificà un salconduit perquè pogués visitar el seu germà a Sainte-Pélagie. Conservava una nota que li havia enviat *monsieur* Guisquet la primera vegada que va anar a Bourg-la-Riene. Només li va caldre copiar-li el traç de la cal·ligrafia. Quina raó tenia *monsieur* Guisquet quan deia que res de cartes, que les lletres escrites queden!



## Coda

Però els gegants, com l'au Fènix, reneixen de les cendres. Potser no ho sabien els qui l'havien mort? I Évariste Galois, el matemàtic, el romàntic, l'apassionat, va renéixer també de les cendres que s'havien dipositat en aquella tomba anònima, feia catorze anys. L'any 1846 Joseph Liouville publicaria al «Journal des mathématiques pures et appliquées» les notes i memòries que Auguste Chevalier, el millor amic de Galois, va poder recuperar d'Alfred, el germà petit. També publicaria el testament científic que el jove Galois —que sabia que era home mort i que no anava a batre's sinó a l'altar del sacrifici— li havia escrit la nit de vetlla anterior al duel.

Estimat amic, he fet noves descobertes en el món de la matemàtica. [...] Em falta temps i les meves idees encara no estan a punt. El camp és immens. [...] Demana a Jacobi i a Gauss que expressin públicament el seu parer, no sobre la veritat, sinó sobre la importància d'aquests teoremes.

Ara, mentre reuneix els manuscrits dispersos, Alfred plora amb aquelles llàgrimes que havia hagut de contenir la nit de l'agonia del seu germà, a l'Hôpital Couchin, perquè Évariste li ho havia demanat. Ara Alfred plora

desconsoladament. Qui el podria aturar? Enmig d'uns càlculs matemàtics, ha trobat aquest testament.

El xiprés etern m'envolta:  
Més pàl·lid que la tardor,  
m'inclino cap a la tomba.

Com diu Duprey, cap a «una tomba que no se l'ha pas endut sencer. Algunes pàgines s'han escapat i han estat prou perquè la pàtria sàpiga el seu nom; la seva veritable pàtria, la més bonica i àmplia de totes, aquella en què confraternitzen necessàriament, en els conceptes rigorosos i profunds de les Matemàtiques, totes les intel·ligències nobles que es troben disperses arreu del món. Si, com ell mateix havia dit, la immortalitat no és altra cosa que la petjada que deixem en la memòria dels homes, ell la té garantida mentre hi hagin homes».

Plora per la mort del germà, però el consola saber que, amb la mort, ha nascut un gegant i que, damunt les seves espatlles, tan joves, s'alçaran des d'aleshores tots els matemàtics. Al cap i a la fi, amb la mort ha aconseguit escapar de les mans mesquines del destí. Alfred ja intueix el renaixement que li arribarà l'any 1895, quan Sophus Lie escrigui *Influences de Galois sur le développement des mathématiques*.

# Addenda per als curiosos

Un filòsof com ell [com Joseph Fourier] hauria hagut de saber que l'únic objectiu de la ciència és l'honor de l'esperit humà, i que aquest nom aixopluga tant una qüestió sobre els nombres com una qüestió sobre el sistema del món.

C. G. J. JACOBI

He volgut escriure aquesta novel·la amb una intenció molt precisa. Volia que fos una novel·la científica que parlés de matemàtics i de matemàtiques. Algú es pot preguntar quin interès podia tenir a fer-ho. La resposta és fàcil. Volia, amb aquesta novel·la, contradir una idea que, al llarg de la vida, he sentit massa vegades, que és ben acceptada fins i tot per molts dels meus col·legues, i per gairebé tota la societat.

Aquesta idea la sintetitza Slomson al prefaci de l'obra *An Introduction to combinatorics*:

Un llibre de matemàtiques no es pot llegir com una novel·la, assegut còmodament en un silló i amb un got de llet al costat. Els llibres de matemàtiques s'han de treba-

llar en una taula o en un escriptori, amb llapis i paper, per poder digerir-ne la teoria i per fer-ne tots els problemes que s'hi proposen. Una bona referència és la quantitat de temps que cal per fer-ne la lectura. Una novel·la es pot llegir a raó de 60 pàgines per hora, mentre que 5 pàgines per hora d'un text de matemàtiques és un ritme excel·lent.

Les paraules de Slomson, com és usual, tracten de forma simètrica dos fets completament diferents. D'una banda la matemàtica com a estudi, i d'una altra la lectura d'una novel·la com a distracció. Però, per a mi, la qüestió és ben diferent. La qüestió és: com llegeix una novel·la un estudiós de la literatura? Com llegeix Bernard Shaw, o Gilbert K. Chesterton, un especialista de la literatura anglesa de finals del segle XIX? A quin ritme? Quantes vegades ha de retornar sobre allò que ja ha llegit per comparar-ho amb una nova lectura, o amb les opinions d'un altre erudit, o fins i tot amb la lectura d'un altre autor de l'època? Les paraules de Slomson fan pensar que llegir una novel·la es fa com si res, però que és impossible exposar i entendre les idees i les intuïcions de la matemàtica sense ser-ne un estudiós. Jo, però, insisteixo, discrepo totalment d'aquesta afirmació.

La paraules de Slomson insinuen que si bé tothom pot «mirar» un quadre, no tothom pot mirar les bel·leses matemàtiques. Ho fa, però, amb un sofisma. Perquè «per fer un quadre» calen moltes hores d'embrutar teles i més teles abans no s'aconsegueix allò que es pretén. Hores copiant els mestres i copsant-ne la tècnica. No és pas el mateix «mirar un quadre» que «aprendre a pintar quadres», o «fer un quadre»; llegir una novel·la que escriure novel·les, o ser un estudiós de la literatura. Tothom pot escoltar música; alguns, fins i tot, aconsegueixen ballar

amb un bon ritme. Són molts menys els qui poden cantar, tot entonant-la, una cançó, una melodia. Molts menys encara els qui poden llegir-la. I encara menys els qui poden interpretar-la. Ben pocs poden compondre-la. Calen moltes hores de dedicació per poder-la llegir i saber com sona; moltes més per tocar-la amb un instrument, per dirigir una orquestra; i moltes més encara per compondre una simfonia, o una òpera.

Per què ens podem apropar a les arts, encara que en siguem neòfits, i no podem apropar-nos a les ciències? És que potser la comprensió vertadera de l'art i de la literatura no requereix una cultura i una intel·ligència prou avançades? Per què no ha de ser possible transmetre les intuïcions matemàtiques, els enigmes de la física, les complexitats de la salut i la vida, les veritats de la filosofia als homes i dones amb prou cultura? En el llibre *Mathematical sciences*, que s'acaba de publicar, Ivor Grattan-Guinness diu:

La història de la matemàtica està totalment absent de la «cultura» de la gent educada, inclosos els historiadors i els matemàtics. [...] Com l'arc iris, les matemàtiques poden ser admirades, però —especialment entre els intel·lectuals— a distància, més enllà de la vida real i la conversa educada. Com a l'arc iris real, les matemàtiques es mantenen inalterables quan algú s'hi apropa, i l'investigador actiu es troba aviat dins un món ple de colors.

Ha estat amb aquest convenciment —el mateix que manifesta Jacobi— que he escrit aquesta novel·la. Ho he fet amb el propòsit explícit d'apropar a tothom la matemàtica, els seus personatges i les seves intuïcions. Ho he fet amb el convenciment que l'honor humà és la cultura en totes les seves dimensions, els seus aspectes, i els seus

matisos; i que va de l'art a l'enginyeria, de la literatura a la matemàtica, de la filosofia a la música, de l'artesania a la tècnica. La cultura és el patrimoni de tots els homes i totes les dones. Ni la ciència en general, ni la matemàtica en particular no en poden quedar excloses. Aquesta novel·la, basada en un personatge autèntic, Évariste Galois, però novel·lat, i en un professor fictici, fet de retalls de vivències reals i alhora d'experiències inventades, vol apropar les matemàtiques a un ventall prou ampli de lectors. Homes i dones que no volen ser matemàtics, però que no per això renunciïn a copsar-ne la bellesa, la grandiositat, la genialitat. Els textos que s'ofereixen en aquesta addenda —la lliçó inaugural del vell professor de matemàtiques i el PREFACI a *Deux mémoires d'analyse par E. Galois* i les *Discussions sur les progrès de l'analyse pure* d'Évariste Galois— hi poden ajudar. Si ho aconsegueixen, hauré fet diana. Si no, quelcom haurà fallat.



**Lliçó inaugural del curs acadèmic 1999-2000**

Una cosa és saber. Una  
altra saber ensenyar.

CICERÓ

—Il·lustríssim Senyor Conseller, Magnífic Senyor Rector, estimats i estimades col·legues, benvolguts companys i companyes d'Administració i Serveis de la Universitat, apreciats estudiants, senyores i senyors:

El Senyor Rector, en nom de la Universitat que representa, em va demanar ara fa cosa de quatre mesos que us dirigís una reflexió en veu alta sobre el fet docent.

L'oferiment se'm plantejà com un repte. Un professor de matemàtiques havia de parlar de la docència universitària a la comunitat docent i discent i, a través d'ella, a la societat en general. Però jo, realment, només puc parlar de la «docència de les matemàtiques».

Les meves paraules, que heu trobat a l'entrada d'aquest acte editades com cada any amb molta cura, volen començar posant de manifest que la matemàtica és una activitat humana. Feta per homes i dones de totes les èpoques i nacionalitats, en gairebé totes les llengües amb cultura, i que s'aprèn gràcies a la transmissió que en fan les professores i professors. La *vox populi* sembla d'acord en el fet que aquests professors no aconsegueixen transmetre-la com quelcom que pot ser entès amb naturalitat i après senzillament. La dificultat rau, sense cap mena de dubte, en el fet que la matemàtica, gairebé com el llenguatge, és un «constructe» de la ment humana amb una vitalitat pròpia que ens fa pensar que existeix amb independència del seu coneixement i de la

seva creació. Això, permeteu-me ser rotund, és fals o, en tot cas, erroni.

Si volem transmetre la matemàtica de forma comprensible, ens cal partir d'aquest fet. Hem de ser capaços de fer entendre, abans que res, que la disciplina que ensenyem i que els nostres deixebles han d'aprendre és fruit de la creació de l'esperit humà. És des d'aquesta perspectiva que podem intentar de fer-nos entendre per tothom que ho vulgui. Ens caldrà transmetre les intuïcions bàsiques dels problemes matemàtics, de l'essència del fet matemàtic. La tècnica pròpia de la disciplina, tan vital per al professional de la matemàtica, és secundària i pot ser evitada.

Isaac Newton ens va deixar una dita que ve molt a tomb del que suara us he dit:

Si he vist més lluny és perquè m'he enfilat damunt les espatlles dels gegants.

Em sembla que aquesta frase és una frase paradigmàtica del fet docent.

Si volem que els nostres alumnes arribin a veure-hi prou lluny, tan lluny com el qui els ensenya i, si pot ser, més lluny encara, només cal que els ajudem a enfilarse damunt les espatlles dels gegants.

Per això faré una síntesi breu d'una de les descobertes clau de les matemàtiques i dedicaré el poc temps que tinc a ajudar-vos a enfilar-vos en l'espatlla d'un d'aquests gegants. Centraré, doncs, la meva lliçó en un dels invents matemàtics del segle XIX.

A l'escola ens van ensenyar a resoldre equacions de segon

grau. Vàrem aprendre que les arrels  $x_1, x_2$  de l'equació de segon grau  $aX^2 + bX + c = 0$ , s'obtenen aplicant l'algorisme següent:

Menys  $b$ , més o menys l'arrel quadrada de  $b$  al quadrat menys quatre vegades  $a$  per  $c$ , i tot això dividit per dues vegades  $a$ .

És a dir,

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a},$$

amb *discriminant*  $\Delta = b^2 - 4ac$ . Tots, tant si ho enteníem com si no, disposàvem d'un *algorisme* —d'un mètode estàndard de càlcul— per resoldre equacions de segon grau o *quadràtiques*. I també vàrem aprendre que hi havia un lligam molt íntim, i molt simple, entre les arrels  $x_1, x_2$ , de l'equació, i els coeficients  $a, b, c$ , del polinomi. Eren:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$

De fet, doncs, com ja sabien els babilonis 2000 anys abans de Crist, resoldre una equació de segon grau està íntimament lligat a la geometria. Resoldre una equació de segon grau equival a resoldre el problema següent:

Trobar les dimensions d'un rectangle del qual es coneix l'àrea i la meitat del perímetre.

En un altre context, vàrem aprendre a dibuixar figures geomètriques usant només el regle i el compàs. Dibuixàvem la perpendicular a una recta des d'un punt exterior, un triangle equilàter, un quadrat, un pentàgon. Dividíem un angle en dues parts iguals, i fèiem moltes altres operacions i figures geomètriques.

Qui de nosaltres —seguint les intuïcions de René Descartes [1596–1650] i de Pierre de Fermat [1601–1665]— no aprengué que una recta s'expressa per una equació de primer grau amb dues incògnites com ara  $aX + bY = c$ ? I una circumferència, per una de segon grau amb dues incògnites de la forma  $X^2 + Y^2 + 2aX + 2bY + c = 0$ ? I qui, tot usant aquestes equacions, no féu alguna vegada geometria amb els recursos de l'àlgebra? Aparentment, com més creixia l'àlgebra més minvava la geometria.

Tots estàvem, doncs, en situació de fer-nos algunes preguntes geomètriques des de l'àlgebra. Si ens les haguéssim fet, hauríem aconseguit veure-hi molt més lluny del que, aparentment, permeten les tècniques de dibuix, i molt més lluny del que permeten els algorismes del càlcul algebàric. Tot plegat ben senzill i inofensiu. Però, quants de nosaltres hem arribat a veure-hi suficientment lluny? Qui ens ha enfilat, com quan érem petits i anàvem a veure passar els Reis Mags, a les espatlles perquè poguéssim veure per damunt dels qui ens tapaven? Qui ens ha ajudat a albirar intuïcions noves, moltes vegades inesperades i profundes? És difícil de respondre aquestes preguntes. Potser sí que ens varen enfilat prou enlaire perquè miréssim ben lluny, però nosaltres vàrem preferir mirar cap a un altre indret, potser a terra.

Ara que ja sóc un ancià, vull dir-vos això. Ensenyar és obrir la ment dels alumnes, acostumar-los a fer-se preguntes, fer-los flairar aromes nous, possibilitats no pensades abans. Però, al mateix temps, ensenyar és fer-los adquirir mecanismes de tota mena amb què poder fer coses, d'acord amb allò que cada un d'ells persegueix. En el cas de les matemàtiques, això darrer consisteix a fer-los aprendre algorismes, mètodes, tècniques...

M'haureu sentit dir moltes vegades —darrerament em repeteixo molt— que cal ensenyar a tenir intuïcions. I m'haureu sentit preguntar als qui s'anomenen didactes de la matemàtica: «Com s'ensenya a intuir?» Quantes vegades no m'han contestat que cal ser prudents, perquè la intuïció condueix fàcilment a l'error i l'error s'ha d'evitar! Jo, tanmateix, discrepo d'aquesta resposta, com discrepo també de l'opinió expressada per Gide: «La imaginació imita, l'esperit crític inventa». Fals, absolutament fals! Per crear en qualsevol camp —també en matemàtiques— cal molta imaginació. Perquè inventar és, com fa el savi, «treure del bagul, coses noves i coses velles».

Recordo —deixeu-me que divagui un moment, a la meua edat m'està permès— que quan estudiava segon de matemàtiques, el Dr. Linés ens va proposar com a llibre de text l'*Análisis matemático* de Tom Apostol. El llibre, com corresponia a l'època, era més aviat teòric i formal. El professor que ens feia les classes de problemes —un home ja madur, amb molt bona voluntat,— sabia calcular límits, fer integrals, sumar sèries, . . . , i ho ensenyava bé. Però no havia après la *matemàtica moderna* —en aquell temps tothom li deia així— que impregnava les pàgines de l'Apostol, i els problemes que el text ens proposava quedaven per fer. Com podríem aconseguir que algú ens indiqués la manera de fer aquells problemes, massa teòrics per al professor de problemes? Ho vàrem exposar al Dr. Linés. Ell ens va escoltar, i es va fer càrrec de la situació. Va dir que hi pensaria i que buscaria una solució. Al cap d'uns dies, l'havia trobada:

—*No se preocupen. Dedicaremos dos o tres sábados por la mañana a resolver algunos de los problemas del Apostol. ¿Les parece bien?*

Vàrem acceptar. Les classes pràctiques que ens va donar van ser apassionants. Ens explicava cada problema tal i com l'havia pensat, des del començament. Intentava fer-nos veure què li havia fet intuir l'enunciat, què li havien suggerit les dades, com calia articular els resultats teòrics per anar avançant. Però el que ens resultava més profitós de tot, era quan ens explicava que havia equivocat el camí, per què, i com havia aconseguit reconduir el problema.

—*Entonces —deia— me di cuenta de que me había equivocado al plantearlo en aquellos términos... No crean, equivocarse es muy formativo! Deben ser capaces de aprender de los errores.*

Quantes vegades en la vida no he recordat aquestes paraules! I quantes vegades no he recordat l'episodi personal que vaig viure amb aquell gran mestre. Feia pocs dies que havia fet l'examen d'*Análisis II*. Tornava del bar, cap al claustre de Ciències, i em vaig creuar amb el Dr. Linés. Em féu un gest perquè m'apropés. Quan vaig ser al seu costat, em va dir:

—*Señor Gassiot, ha aprobado. Justo, pero ha aprobado. El tercer problema estaba mal, pero tenía intuiciones muy buenas. Siga así! Alimente su olfato, su intuición!*

Em vaig quedar de pedra. Ara que ja no importa gaire —el meu currículum és el que és—, puc dir que no m'he distingit precisament per les intuïcions. Però, en aquell moment —jo era jove i esperava ser un gegant—, vaig considerar les paraules del Dr. Linés com una gran lliçó, una lliçó que calia retenir i, quan s'escaigués, aplicar. El gran matemàtic francès Henry Poincaré, va dir:

Si hagués escrit tot el que he pensat i intuït però que era erroni, en lloc de publicar uns quants articles i llibres,

hauria produït una biblioteca. No hauria tingut temps per escriure-ho tot!

Reprenent el fil del que us estava dient, repeteixo: cal ensenyar a intuir. Això s'aconsegueix fent dubtar, fent-se tota mena de preguntes, aprenent a particularitzar quan es disposa d'un resultat general, i a generalitzar quan allò que es té és un cas particular. Per generar intuïcions, cal començar sempre pel més senzill, pel que és a l'abast dels sentits, incloses les habilitats de raonar, pensar, dubtar, i preguntar.

I cal ensenyar a no témer ni les respostes negatives ni les preguntes negatives. Al començament de tot aprenentatge, cal fer-se preguntes positives, però, a poc a poc, cal introduir-ne de negatives. És un exercici intel·lectual realment excel·lent.

Pot ser que amb tota aquesta xerrameca no aconseguixi transmetre amb prou claredat allò que us vull dir, allò que desitjo comunicar-vos. Us demano un xic més de paciència. Deixeu-me exemplificar-ho.

Començaré amb una paràbola que, encara que l'hàgim sentit moltes vegades, no està exempta de reflexió.

En un extrem d'un carrer fosc hi ha un llum, no gaire potent. Quan un home passa per sota del llum, en veu un altre d'ajupit buscant un objecte que acaba de perdre.

—Ep mestre, què heu perdut? —li pregunta, amb la intenció d'ajudar-lo.

—Una moneda —li respon l'home ajupit.

—Que us puc ajudar?

—Si voleu!

Els dos homes s'estan una bona estona palpant el terra, veient com són les llambordes, quina mena de clots hi ha, quina estructura té l'empedrat, i tantes i tantes altres impressions que els queden fixades en el cervell. Després d'una bona estona de buscar la moneda, res de res. L'home que s'acaba d'incorporar a la recerca no s'ho pot creure. Han recorregut el terra pam a pam.

—Esteu segur que l'heu perduda aquí?

—No! —li respon sorprès l'interrogat—. L'he perduda allà a baix.

—I doncs, per què la busqueu aquí?

—Home, quina pregunta! Doncs perquè aquí hi ha llum. Allà és fosc, i no la hi podríem trobar per més que ens hi entretinguéssim.

El conte s'acaba aquí. Però em sembla que en podem treure una lliçó molt interessant. Allà on hi ha llum, podem aconseguir molts bons coneixements, i aquests coneixements ens suggeriran intuïcions sobre com pot ser l'indret on no hi ha llum. Un cop ben assolits els coneixements, podrem fer-los servir per buscar millor allà on no hi ha claror. Tindrem més garanties d'èxit.

Doncs bé, això és precisament el que vull dir. El mestre ha d'ensenyar a mirar allà on hi ha llum, a adquirir idees, imatges, possibilitats, a enfrontar-se amb fets dubtosos, i àdhuc impossibilitats. Després, un cop aquests coneixements estan ben afermats, els alumnes poden anar als indrets més foscos i, tot aplicant el que han après, treure'n el màxim profit.

Els matemàtics grecs es van trobar amb una gran foscor: els *incommensurables*. Com pot ser que una magnitud que no es pot referir a la unitat tingui assignat un nom-



bre? És que, potser, el nombre no és sempre relatiu a la unitat? Per a la mentalitat ontològicomatemàtica grega, no era gens clar que poguéssim associar un nombre a una magnitud incommensurable. Calia anar a un indret més clar. Aquest indret és la *constructibilitat amb regla i compàs*. Allò que puguem construir existirà, i allò que no puguem construir, no! Ja no importa si és susceptible d'admetre un nombre o no! Fou així com els grecs varen desenvolupar una gran habilitat geomètrica. Van aconseguir dividir un angle en dues parts iguals, construir un pentàgon regular, etc. Però se'ls van plantejar preguntes molt interessants: Què fa que un angle sigui divisible en dues parts iguals i, en canvi, no ho sigui en tres? Què fa que puguem construir un pentàgon i, en canvi, no puguem construir un heptàgon? Aquestes qüestions —vinculades a una zona lluminosa— es van mantenir, durant molt de temps, en la foscor. No hi havia prou llum.

El primer teorema dels *Elements* d'Euclides [III aC] fa referència a la possibilitat de construir un triangle equilàter de costat donat.

*Construïu un triangle equilàter ABC de costat AB.*

La construcció és senzilla: amb centre en  $A$  i radi  $AB$ , fem una circumferència i, amb centre en  $B$  i radi  $BA$ , en fem una altra. Aquestes dues circumferències es tallen en un punt  $C$ , que és el tercer vèrtex del triangle equilàter.

*El triangle equilàter ABC de costat AB, l'hem construït sense recórrer per a res al món dels nombres. Així Eucli-*

des aconseguix resoldre, en l'àmbit geomètric, el problema geomètric plantejat.

En canvi, el genial filòsof i matemàtic francès René Descartes prefereix recórrer al món numèric. Suposa que té dos punts del pla  $A = (0, 0)$  i  $B = (1, 0)$ . Considera les equacions algèbriques de dues circumferències: la de centre  $A$  i radi 1,  $x^2 + y^2 - 1 = 0$ , i la de centre  $B$  i radi 1,  $x^2 - 2x + y^2 = 0$ . Les talla. És a dir, resol el sistema d'equacions de segon grau:

$$x^2 + y^2 - 1 = 0, x^2 - 2x + y^2 = 0.$$

Així és com obté el vèrtex  $C = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\sqrt{3})$  del triangle equilàter  $\triangle ABC$ . A més, malgrat haver començat amb nombres racionals, obté  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ , que és un tipus nou de nombre. És un *nombre irracional*.

Per a un matemàtic grec aquesta mena de nombres no existia, però el punt  $C$  —sense nombres—, sí. La idea de Descartes fou acceptar aquest nombre nou i incorporar-lo al món dels nombres construïbles. Així obtingué una *extensió del cos dels nombres racionals*. És a dir, un univers numèric nou, tancat per les quatre operacions aritmètiques elementals ( $+$ ,  $-$ ,  $\times$ ,  $\div$ ) i per les arrels quadrades de nombres positius. A partir del nou univers de nombres en fabrica un altre amb les mateixes regles, etc.

Quina gran intuïció! Que simple! Només cal associar nombres als punts que es van construint. *El món dels nombres es va fabricant*, i només conté les solucions reals d'equacions de segon grau. *No cal una àlgebra gaire complicada per explicar el món dels nombres construïbles amb regla i compàs*. Només la de les equacions de segon grau, la resolució de les quals era coneguda des de l'antigor. *L'algorisme de resolució és senzill: conté les quatre operacions aritmètiques elementals i l'extracció*

*d'arrels quadrades*. I, atès que està permès usar nombres ja construïts, els coeficients de les successives equacions de segon grau són, cada cop, més sofisticats. És, però, l'única cosa que es pot complicar. En definitiva:

Els nombres construïbles formen el més petit cos que conté  $\mathbb{Q}$  i, a més, és tancat per l'extracció d'arrels quadrades de nombres positius.

%Fa un moment us deia que aprendre és saber fer preguntes. Vejam! Quina mena de preguntes podem fer-nos ara tots plegats? Deixeu-me que us ajudi:

**0. Una pregunta inicial, al marge de les altres.** Abans d'entrar de ple dins el món de l'àlgebra, i fer-nos preguntes que ens ajudin a desvetllar intuïcions, he de dir-vos que *la geometria del regle i el compàs* també suggereix preguntes, aparentment independents de l'àlgebra. Algunes d'aquestes preguntes són:

*Què podem fer amb un compàs rovellat —un compàs obert d'obertura inamovible— i un regle? Podem fer el mateix que amb un compàs normal i un regle?*

*Què podem fer amb un compàs sol? I amb un regle sol?*

Totes aquestes preguntes se les van fer alguns matemàtics, i també alguns dels grans artistes del Renaixement. Un cop fetes, i un cop se'ls hagué donat resposta, podien complicar-se una mica més.

*Hi ha altres maneres de construir, a banda del regle i el compàs? La papiroflèxia, per*

*exemple, permet construir punts? S'obté el mateix? I, si no, què s'obté?*

I, per analogia amb l'èxítós mètode cartesià que, com vèiem, permet ampliar el cos dels racionals amb els nombres associats als punts nous, ens preguntem:

*Aquesta geometria té associada una àlgebra? Quina?*

Deixarem, però, de banda aquesta mena de preguntes, perquè el que vull exposar són les intuïcions que van portar Évariste Galois a la teoria algèbrica que coneixem amb el nom de *teoria de Galois*.

**1. Dels segments irracionals dels *Elements*.** Hem vist que els nombres construïbles amb regla i compàs són arrels d'equacions de segon grau, els coeficients de les quals són nombres ja construïts. I recíprocament, tota solució d'una equació de segon grau, els coeficients de la qual siguin nombres ja construïts, és construïble.

*Quan construïm nombres amb regla i compàs, quina mena de nombres reals obtenim?*

La primera resposta a aquesta pregunta la donà Euclides a l'element X dels *Elements*. L'objectiu d'Euclides —asolit al darrer llibre— era mostrar l'*existència* dels cinc sòlids platònics —el tetràedre, l'hexàedre, l'octàedre, l'icosàedre, i el dodecàedre—, tot construint-los amb regla i compàs, i alhora veure que no n'hi ha cap més. *Per fer-ho no necessitava construccions geomètriques gaire complicades*. La més sofisticada de totes —la que respon al costat de l'icosàedre inscrit en una esfera de

radi 1— és, mirada amb els ulls de René Descartes, un nombre de la forma  $\sqrt{\sqrt{q} \pm \sqrt{q'}}$ , on  $q, q'$  són racionals, no ambdós quadrats perfectes. Euclides no necessitava objectes geomètrics més sofisticats i, com que no en necessitava més, va deduir que no n'hi havia més. Aquesta afirmació era totalment subjectiva, i alhora molt pobre.

El fet que en els *Elements* d'Euclides no es fessin construccions més complexes que les indicades no justifica, en absolut, que no se'n poguessin fer. És clar que, un cop construïts dos nombres  $k, k'$ , d'una certa complexitat, és lícit construir, per exemple, el nombre  $\sqrt{\sqrt{k} + \sqrt{k'}}$ . Els *Elements* d'Euclides no exhaureixen, ni de bon tros, totes les possibilitats de construcció amb regla i compàs.

**2. Hi ha d'altres irracionals.** Ha quedat clar que els nombres construïbles són les solucions d'equacions de segon grau. Una bona manera de suggerir intuïcions és generalitzar. Així doncs és lícit preguntar-se:

*Què passa amb les equacions de tercer grau?  
Les seves arrels són construïbles amb regla i  
compàs?*

El matemàtic italià Leonardo da Pisa [ $\sim 1175$ –1250], conegut també amb el nom de Fibonacci, demostrà a *Flos* [1225] que el polinomi

$$X^3 + 2X^2 + 10X = 20$$

té almenys una solució real, que no és de cap de les formes irracionals d'Euclides. Usant, però, mètodes orientals —mètodes d'aproximació d'arrels, propis de la Xina i de l'Índia i transmesos a Occident pels matemàtics de l'islam—, en calculà el seu valor aproximat

amb notació babilònica sexagesimal, i obtingué el valor  $x = 1; 22, 7, 42, 33, 4, 40$ .

**3. De la resolució de la cúbica.** Els algebristes italians del Renaixement, Niccoló Fontana [ $\sim 1499$ –1557], de sobrenom Tartaglia, i Gerolamo Cardano [1501–1576], van aconseguir trobar un algorisme per resoldre les equacions cúbiques. Aquest algorisme és un xic més complicat que el que varem aprendre per resoldre les equacions quadràtiques perquè precisa d'una operació nova: l'*extracció d'arrels cúbiques*.

Suposem que volem resoldre la cúbica  $X^3 + pX + q = 0$ . Cal fer servir l'*algorisme de Tartaglia-Cardano*:

$$x = \sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B}, \text{ on } A = -\frac{q}{2} + \sqrt{\Delta} \text{ i } B = -\frac{q}{2} - \sqrt{\Delta},$$

on  $\Delta = \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}$ . No importa gaire que sapiguem com s'obté, ni tampoc que el recordem de memòria. L'únic que cal retenir són els dos fets següents:

1. L'expressió anterior conté nombres enters, els coeficients  $p, q$  de la cúbica.
2. Les operacions aritmètiques elementals  $(+, -, \cdot, \div)$ , i l'extracció d'arrels quadrades i cúbiques.

Ara la pregunta que cal fer és:

*És possible construir una arrel cúbica amb regle i compàs?*

La resposta definitiva a aquesta pregunta la donà, l'any 1837, Pierre-Laurent Wantzel [1814–1848], quan tenia només vint-i-tres anys. Era, curiosament, un repetidor de l'École Polytechnique de París. El treball és exactament dos-cents anys posterior a *La Géométrie* [1637] de

Descartes. Segueix, però, les d'idees que s'insinuen al final del llibre primer del text cartesià en una d'aquelles afirmacions, alhora genials i críptiques, tan típiques del genial erudit francès del segle XVII. Resoldre un problema amb regla i compàs equival a considerar un sistema d'equacions de segon grau, la primera de les quals té els coeficients racionals, la segona té com a coeficients, a més, nombres obtinguts amb les arrels de l'equació anterior usant les quatre operacions aritmètiques, i axí succesivament. El resultat final és que, si un nombre és construïble amb regla i compàs, necessàriament ha de ser l'arrel d'un polinomi *irreductible* amb coeficients racionals, el grau del qual és una potència de dos, que és el que s'esdevé fent arrels dins d'arrels. Però una arrel cúbica és l'arrel d'una equació de la forma  $X^3 - a = 0$ . El grau del polinomi  $X^3 - a$  és tres i, per tant, no és una potència de dos. En general, una arrel cúbica no es pot construir amb regla i compàs.

**4. De l'ensurt constructiu de la cúbica: els nombres complexos.** Hem generalitzat. Sempre que es fa una generalització és convenient preguntar-se:

*Hi ha alguna cosa digna d'atenció que hagi canviat?*

Com ja hem indicat, resoldre una equació de segon grau equival a resoldre un problema geomètric. Ara bé, donat un semiperímetre  $a$ , i una superfície  $A$ , no sempre existeix un rectangle d'àrea  $A$  i perímetre  $2a$ . La màxima superfície que podem aconseguir amb un semiperímetre  $a$  és  $\left(\frac{a}{2}\right)^2$ . Per això Gerolamo Cardano, en un moment de genialitat, analitza el problema següent:

Si algú ens diu: dividiu 10 en dues parts que multiplicades donin 40, trobarem que és impossible.

Ell, tanmateix, insinua que podríem considerar com a solucions els *objectes algèbrics*  $5 + \sqrt{-15}$ ,  $5 - \sqrt{-15}$ , atès que sumats i multiplicats «formalment» donen el que han de donar. I aleshores afegeix:

Aquesta solució és tan subtil, com inútil.

De fet està dient: «Per què busquem una solució algèbrica, quan el problema geomètric no té solució?» Però la situació es complica ben de veres quan el que estem analitzant és el cas de la cúbica. D'acord amb el *teorema de Bolzano*: «Si un polinomi  $P(X)$  canvia de signe entre dos valors  $x_1, x_2$  de la variable  $X$ , té un zero  $\xi$  entre  $x_1$  i  $x_2$ » —d'on, tota cúbica té una arrel real. En particular, la cúbica  $X^3 = 15X + 4$  té l'arrel evident  $x = 4$ . Però, en aquest cas concret, l'algorisme de Tartaglia-Cardano té un discriminant negatiu:  $\Delta = -121$ . Per tant, l'algorisme **no** permet trobar les arrels de la cúbica, i consegüentment esdevé inútil. Aquesta qüestió la va reprendre Rafael Bombelli [~1526–1573], el qual la va resoldre l'any 1572, tot introduint els *nombres complexos* i l'*extracció d'arrels cúbiques de nombres complexos*.

Hi ha, doncs, un fet que ha canviat radicalment. En el cas quadràtic l'algorisme tenia el *discriminant negatiu*, quan realment no hi havia cap solució geomètricament acceptable. En canvi, en el cas de les cúbiques, el *discriminant és negatiu malgrat que el problema admeti solucions geomètriques reals i rellevants*. Només ho podem arreglar acceptant els *nombres complexos*.

I acceptant-los, tota equació quadràtica té sempre dues arrels complexes, tota cúbica, tres, i, com provaria Luigi Ferrari [1522–1565], tota quàrtica, quatre.



**5. Un teorema d'existència realment notable.** És lícit doncs fer, per generalització, una pregunta nova, que abans no hauria tingut cap mena de sentit. Aquesta pregunta és el *teorema fonamental de l'àlgebra*:

*Tota equació polinòmica de grau  $n$ , amb coeficients reals, té sempre  $n$  arrels complexes, si comptem les repetides?*

Aquest teorema fou intuït per Albert Girard [1595–1632], l'any 1629.

L'any 1746, Jean-le-Rond d'Alembert [1717–1783], un dels ideòlegs de la Il·lustració francesa, l'enuncià per primera vegada de forma explícita i clara, i intentà donar-ne una demostració. A més, establí que, en els polinomis amb coeficients reals, les arrels complexes van aparellades. La primera demostració rigorosa —rigorosa en el sentit que no pressuposava l'*existència d'un cos de descomposició del polinomi*— la féu Carl Friedrich Gauss [1777–1855] l'any 1799. Tamateix, Pierre-Simon Laplace [1749–1827], l'any 1795, n'havia fet una de molt bonica, quan era professor de l'École Normale. Curiosament és la que em van ensenyar a les *Matemáticas generales* de *Selectivo*.

**6. Una curiositat aritmètica dels nombres complexos: lliguen amb la trigonometria.** En el món dels *nombres complexos*, en relació qüestió que ens ocupa —el càlcul d'arrels—, cal preguntar-se:

*Ha canviat quelcom d'interès ?*

L'any 1707, Abraham de Moivre [1667–1754] demostra una fórmula molt notable, que ja havia estat in-

tuïda abans per François Viète [1540–1603], per Gottfried Wilhelm Leibniz [1646–1716], i per Roger Cotes [1682–1716]. De fet, depèn de les propietats de les línies trigonomètriques.

La *fórmula de De Moivre* estableix que

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n \theta + i \sin n \theta.$$

*Ha canviat, doncs, el comportament de la potència i, de retruc, el de l'extracció de les arrels  $n$ -èsimes.* Cotes, de Moivre, i Leonhard Euler [1707–1783] la reescriuen en la forma exponencial següent:

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta,$$

que avui tothom coneix amb el nom de *fórmula d'Euler*.

Una conseqüència simple de la fórmula de De Moivre és:

Tot nombre complex té  $n$  arrels  $n$ -èsimes complexes.

En particular, el nombre 1 té  $n$  arrels  $n$ -èsimes complexes. Són les *arrels  $n$ -èsimes de la unitat*.

Ara bé, les arrels  $n$ -èsimes de la unitat són, precisament, els vèrtexs del polígon regular de  $n$  costats. És a dir, trobar les arrels  $n$ -èsimes de la unitat equival a trobar les arrels complexes de l'equació  $X^n - 1 = 0$ . I això, interpretat geomètricament, equival a fer un polígon regular de  $n$  costats. Amb els nombres complexos, l'àlgebra ens retorna a la geometria. L'àlgebra il·lumina un lloc que estava fosc. I aquest resultat confirma, en un cas particular, el teorema fonamental de l'àlgebra.

En el món dels nombres complexos, l'*equació ciclotòmica*  $X^n - 1 = 0$  la sabem resoldre trigonomètricament. No

és estrany que els matemàtics es plantegessin la possibilitat de resoldre-la algèbricament. N'hi va haver — com ara Ehrenfreid Walter Tschirnhausen [1651–1708] i Alexandre-Théophile Vandermonde [1715–1796]— que van intentar reduir la resolució d'una equació polinòmica aribitrària de grau  $n$  a una equació de la forma  $X^n \pm a = 0$ .

**7. Un resultat apassionant i genial.** Ara la pregunta és una pregunta de retorn:

*Pot ser que l'àlgebra sigui prou lluminosa per proporcionar-nos intuïcions de geometria?*

Com podem constatar als *Elements* d'Euclides, els matemàtics grecs, abans del segle III aC, sabien construir, amb regla i compàs, el triangle equilàter, el quadrat, i els polígons regulars de cinc i quinze costats. I naturalment sabien construir —atès que sabien dividir un angle per la meitat— tots els polígons que s'obtenien doblant el nombre de costats d'un polígon regular ja construït.

Les questions són, doncs:

*Què passa amb els altres polígons regulars: l'heptàgon, l'eneàgon, el d'onze costats, etc.?*

*Hi ha d'altres polígons regulars construïbles amb regla i compàs?*

Que jo sàpiga aquesta pregunta no se l'havia fet mai ningú. Ni cap geòmetra, ni cap dibuixant, ni cap filòsof. El primer a fer-se-la va ser Carl Friedrich Gauss quan tenia divuit anys.

Per simplificar l'exposició, suposem que  $n$  és primer. Per exemple  $n = 7$ . Aleshores fer un pentàgon equival a

trobar les arrels complexes de l'equació  $X^7 - 1 = 0$ . Saben que són:

$$\theta_k = \cos \frac{2k\pi}{7} + i \sin \frac{2k\pi}{7},$$

$k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ . És clar que  $\theta_0 = 1$  i, per la simetria de l'heptàgon,  $\theta_1 = (\theta_6)^{-1} = \theta_{-1}$ ,  $\theta_2 = (\theta_5)^{-1} = \theta_{-2}$ , i  $\theta_3 = (\theta_4)^{-1} = \theta_{-3}$ . Cada arrel 7-èsima, no trivial, de la unitat és la inversa de la seva conjugada. Tenim doncs les arrels no trivials aparellades de dos en dos. En coneixem la suma i el producte. Per exemple,  $\theta_1 + \theta_6 = 2 \cos \frac{2\pi}{7}$ , i  $\theta_1 \theta_6 = 1$ . Per tant,  $\theta_1$  i  $\theta_6$  es poden trobar per mitjà d'una equació de segon grau. Passa el mateix amb les altres parelles. Aquest resultat es deu a Roger Cotes [1682–1716]. Si poguéssim demostrar que  $\cos \frac{2\pi}{7}$  és construïble amb regla i compàs, l'heptàgon també ho fóra. Però saber-ho equival precisament a saber que l'heptàgon ho és. La porta es tanca al mateix temps que s'obre.

La qüestió és doncs:

*Quan podem aconseguir aquesta mena d'aparellaments?*

Cal que el nombre primer  $n$  sigui de la forma  $2^{2^k} + 1$ . Així, un cop treta l'arrel trivial, les restants es poden agrupar per la meitat, i cada meitat per la meitat fins arribar a tenir-ne només dues. Però cal molt més. Cal que un cop fetes aquestes agrupacions, d'una manera algebriquement adequada, arribem a una darrera equació de segon grau resoluble amb regla i compàs; que les seves solucions permetin resoldre l'equació de segon grau anterior, etc. Això és el que va aconseguir, a l'edat de divuit anys, Carl Friedrich Gauss, per a  $n = 2^4 + 1 = 17$ .

- Considerem, doncs, l'heptadecàgon. Els vèrtexs són les arrels complexes del polinomi  $X^{17} - 1 = 0$ . Prescindim de  $\theta_0$ . Queden les setze arrels:  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6, \theta_7, \theta_8, \theta_9, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{14}, \theta_{15}, \theta_{16}$ . Sabem que

$$\theta_i \theta_{-i} = 1, v_i = \theta_i + \theta_{-i} = 2 \cos \frac{2\pi}{17},$$

$$i = 1, 2, \dots, 7, 8, [\text{on } \theta_{-i} = \theta_{17-i}].$$

Ara hem de veure si podem aparellar els  $v_i$  —que són els valors que cal trobar—, en sumes i productes disjunts. Això ho podem fer pel mètode de tanteig i rebuig. És fàcil de constatar que

$$\begin{cases} u_1 &= v_1 + v_4, \\ u_2 &= v_2 + v_8, \\ u_3 &= v_1 v_4 &= v_3 + v_5, \\ u_4 &= v_2 v_8 &= v_6 + v_7. \end{cases}$$

Ara hem d'aparellar  $u_1, u_2, u_3, u_4$ , adequadament. És a dir, hem de fer, per tanteig i rebuig, els càlculs de les sumes i els productes, fins aconseguir resultats disjunts. Obtenim:

$$\begin{aligned} z_1 &= u_1 + u_2, & z_2 &= u_3 + u_4, \\ -1 &= u_1 u_2, & -1 &= u_3 u_4, \end{aligned}$$

Només hem de veure què passa amb  $z_1, z_2$ . Ara bé,  $z_1 + z_2 = -1$ ,  $z_1 z_2 = -4$ . Per tant, són les arrels de l'equació de segon grau  $Z^2 + Z - 4 = 0$ , que és resoluble amb regla i compàs. Pugem al nivell anterior. Obtenim dues equacions quadràtiques que també resolubles amb regla i compàs; després pugem a l'altre nivell, etc.

La presentació de Gauss és sorprenent. *Ordena* les setze arrels no trivials de  $X^{17} - 1 = 0$  de la manera següent:

$$\theta_1, \theta_3, \theta_9, \theta_{10}, \theta_{13}, \theta_5, \theta_{15}, \theta_{11}, \theta_{16}, \theta_{14}, \theta_8, \theta_7, \theta_4, \theta_{12}, \theta_2, \theta_6.$$

Les *permuta* d'una manera molt convenient. Sumant les alternes obté els complexos  $z_1, z_2$ . Sumant les alternes de  $z_1$  obté  $u_1, u_2$ , i sumant les alternes de  $z_2$ , obté  $u_3, u_4$ ; etc. Aquesta presentació permet establir una demostració rigorosa, basada en propietats d'aritmètica i no depèn per a res del mètode de tanteig i rebuig. A més es generalitza a tots els nombre primers  $p$  de la forma  $2^{2^k} + 1$ .

Heus aquí com, d'una intuïció inicialment geomètrica, els matemàtics s'havien fet preguntes que, en l'àmbit de la geometria, eren fosques. Calia un punt de llum. Aquest punt de llum els el proporcionà l'àlgebra. La informació que rep el matemàtic quan estudia àlgebra li serveix per retornar a la geometria, i il·luminar el que, en un principi, era fosc.

**8. Existir i ser calculable. Les resolvents de Lagrange.** El teorema de d'Alembert estableix que tota equació polinòmica de grau  $n$  té  $n$  arrels complexes. La pregunta que cal fer-se és ben natural.

*Com podem calcular les arrels d'una equació polinòmica?*

Sorgeix un problema —gairebé d'ordre epistemològic— realment notable i més corrent del que se sol pensar. Sabem que tot polinomi  $P(X) \in \mathbb{R}[X]$ , de grau  $n$ , té  $n$  arrels complexes. Però la qüestió és:

*Sabem trobar-les amb una fórmula estàndard?*

És a dir, disposem d'un *algorisme* per calcular-les, com succeïa amb les equacions de segon, de tercer, i de quart grau? Els matemàtics de l'islam que, d'alguna manera,

són els pares de l'àlgebra de les equacions polinòmiques creien que no existia cap algorisme per resoldre la cúbica general, i molt menys les de grau superior. Aquesta opinió la trobem també a Occident, expressada per Luca Pacioli [1445–1517] l'any 1494.

Com hem vist, s'equivocaven. La cúbica i la quàrtica, són resolubles per mitjà d'algorismes. I tots aquests algorismes són del mateix tipus. Permeten obtenir les arrels a partir dels coeficients del polinomi, de les quatre operacions aritmètiques elementals —la suma, la resta, la multiplicació, i la divisió—, i de l'extracció d'arrels. Són el que avui en diem *resolucions per radicals*.

Per comprendre el joc, l'any 1777, Joseph-Louis Lagrange [1736–1813] emprà el *mètode de generalització*, un dels mètodes que cal transmetre quan s'ensenya qualsevol disciplina, sobretot si és científica. Començà per analitzar amb profunditat què és el que feien els matemàtics quan resolien les cúbiques i les quàrtiques. Així obtindria, creia, prou intuïcions per poder anar, amb les espatlles ben carregades d'intuïcions, allà on era la quintica. S'adonà que, en ambdós casos, calia recórrer a una equació auxiliar, la *resolvent*. El que sorprèn és que la resolvent de la cúbica és de segon grau. I això és el que permet de resoldre-la. La resolvent de la quàrtica és de tercer grau, i això permet també de resoldre-la.

Aleshores Lagrange es pregunta:

*Per què no apliquem el mateix mètode a la quintica?*

Només cal, en primer lloc, trobar la resolvent i, després, resoldre-la. Però resulta que, en el cas de la quintica, el mètode comporta un problema. La resolvent és de

grau 6, que tampoc no sap resoldre. Això l'impedeix trobar el que busca: *un mètode estàndard de resolució de la quintica*.

La idea de Lagrange és la següent. Suposem que  $x_1, x_2, x_3$  són les tres arrels, *desconegudes*, de la cúbica reduïda  $X^3 + pX + q = 0$ . Observa que, d'acord amb el mètode de Tartaglia-Cardano, les tres arrels són:  $x_1 = \sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B}$ ,  $x_2 = \omega \sqrt[3]{A} + \bar{\omega} \sqrt[3]{B}$ ,  $x_3 = \bar{\omega} \sqrt[3]{A} + \omega \sqrt[3]{B}$ , on  $\omega = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\bar{\omega} = \omega^2 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$  són les dues arrels cúbiques no trivials de la unitat. Aleshores considera la suma  $y = \frac{1}{3}(x_1 + \omega x_2 + \bar{\omega} x_3)$ , i seguidament les sis expressions que s'obtenen quan es *permuten* les arrels de *totes* les maneres possibles:

$$\begin{aligned} y_1 &= x_1 + \omega x_2 + \bar{\omega} x_3 = \sqrt[3]{B}, \\ y_2 &= x_1 + \omega x_3 + \bar{\omega} x_2 = \sqrt[3]{A}, \\ y_3 &= x_2 + \omega x_1 + \bar{\omega} x_3 = \omega y_2, \\ y_4 &= x_2 + \omega x_3 + \bar{\omega} x_1 = \bar{\omega} y_1, \\ y_5 &= x_3 + \omega x_1 + \bar{\omega} x_2 = \omega y_1, \\ y_6 &= x_3 + \omega x_2 + \bar{\omega} x_1 = \bar{\omega} y_2. \end{aligned}$$

La *resolvent* de la cúbica és l'equació que té com arrels tots els valors que s'obtenen després d'haver efectuat totes les permutacions. Però Lagrange s'adonà d'un fet realment notable:

El cub  $y_i^3$  de les  $y_i$ , quan  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ , només pren *dos* valors, que són  $A$  i  $B$ .

I atès que  $1 + \omega + \bar{\omega} = 0$ , aquests dos valors són les arrels de l'equació de segon grau  $U^2 + qU - \frac{p^3}{27} = 0$ . Un cop trobades les solucions d'aquesta equació de segon grau, és ben fàcil trobar  $x_1, x_2, x_3$ .



Així fou com Lagrange introduí les *permutacions* o *moviments* de les arrels d'un polinomi dins la teoria de la resolució d'equacions. Com hem vist, s'adonà que hi havia certes expressions algèbriques de les arrels de l'equació inicial que, per permutació de les arrels, prenen menys valors dels que inicialment hauríem esperat trobar.

**9. De la quintica.** Però malgrat tots els seus esforços, la resolvent de Lagrange de la quintica era més complexa que la quintica que calia resoldre. Això l'impedí trobar una expressió amb radicals que servís per resoldre la quintica.

L'any 1799, Paolo Ruffini [1765–1822], que admirava l'obra de Lagrange, donà la primera demostració de la *impossibilitat* que una quintica sigui resoluble per radicals. Aquest resultat seria establert de forma definitiva, sense llacunes, per Niels Henrik Abel [1802–1829], la primavera de 1824, quan tenia vint-i-dos anys.

Tanmateix però Abel no s'acontenta amb aquest resultat i planteja preguntes noves:

1. *Com podem trobar les quintiques resolubles per radicals?*
2. *Com podem trobar un criteri per saber si una quintica és o no resoluble per radicals?*

La mort prematura, a causa de la tisi als vint-i-set anys, li va impedir de trobar-ne la resposta. La seva memòria mai no fou presentada, per la negligència de Cauchy, davant l'Académie. Tanmateix, li fou concedit, conjuntament amb Jacobi, el Prix de mathématiques al qual també optava Galois.

La raó que portà Abel a fer-se aquestes preguntes és fàcil d'entendre. Totes les expressions de caire algèbric aconseguides fins aleshores per resoldre equacions eren d'aquesta mena: amb radicals. Per tant, era lògic preguntar-se per aquest tipus d'algorismes. Ara bé, la quintica, en general, no és resoluble per radicals. Malgrat tot n'hi ha, de quintiques, que ho són. Per exemple, la quintica  $X^5 - 1 = 0$  —que proporciona els cinc vèrtexs del pentàgon regular— és resoluble per radicals, d'acord amb el mètode de Gauss. A més, les solucions són construïbles amb regla i compàs. Així doncs,

*Quines quintiques són resolubles per radicals i quines, no? Com podem saber-ho?*

**10. I apareix Galois.** Aquesta era la situació, quan intervingué Évariste Galois. El que és realment important de la seva obra és la profunditat en l'ordre d'abstracció que assoleix. Sigui

$$P(X) := X^n + a_1X^{n-1} + a_2X^{n-2} + \cdots + a_{n-1}X + a_n = 0$$

una equació polinòmica de grau  $n$  amb els coeficients racionals. Sabem que té  $n$  arrels complexes  $z_1, z_2, \dots, z_{n-1}, z_n$ , que desconeixem. Però sabem que

$$P(X) = (X - z_1)(X - z_2) \cdots (X - z_{n-1})(X - z_n).$$

Això fa que, si permutem les arrels de totes les maneres possibles, el polinomi no s'alteri. Cap permutació no afecta el polinomi. En això, d'alguna manera, els polinomis s'assemblen als políedres regulars. Els podem sotmetre a moviments que els deixin invariants, alterant els vèrtexs de lloc. Ara bé, en el cas dels políedres, hi ha lligams estructurals. No podem fer qualsevol mena de permutació. Només les que respecten les arestes i les cares.

En el cas dels polinomis, la qüestió és la següent:

*Hi ha permutacions més íntimament vinculades al polinomi?*

*Hi ha **lligams estructurals**, com en el cas dels polígons regulars, o dels políedres regulars?*

La primera dificultat rau en el fet de saber què és el que s'ha de mantenir i què és el que pot canviar. Évariste Galois té una idea brillant: considerar només les permutacions que *permuten les arrels* però deixen fixos els nombres racionals i les quatre operacions algèbriques elementals: suma, resta, multiplicació i divisió. Podríem dir que són *les permutacions que respecten l'estructura de l'aritmètica i els nombres 0 i 1*. I aleshores apareixen certs lligams estructurals.

Considerem un exemple senzill. El polinomi

$$X^4 - 2X^3 + 4X^2 - 2X + 3 = 0,$$

té quatre arrels. Són  $x_1 = 1 + i\sqrt{2}$ ,  $x_2 = 1 - i\sqrt{2}$ ,  $x_3 = i$ ,  $x_4 = -i$ . És clar que  $x_1 + x_2 = 2$ . Una *permutació estructural* de les arrels deixa fixos els nombres racionals, per tant deixa fix el 2. Considerem la permutació que intercanvia  $x_1$  per  $x_2$  i deixa fixes les arrels  $i$ ,  $-i$ . Veiem que manté la relació anterior, atès que s'obté  $x_2 + x_1 = 2$ . En canvi, si considerem la permutació que intercanvia  $x_1$  i  $x_4$ , tenim que  $x_1 + x_2 = 2$  es converteix en  $x_4 + x_2 = -i + 1 - i\sqrt{2} \neq 2$ . No la podem acceptar perquè no manté fix el valor 2. Volíem que  $x_4 + x_2 = 2$ . Canviem les arrels, però mantenim les operacions i els nombres. Aquesta permutació vulnera les *condicions estructurals* que imposa el polinomi. Cal, doncs, refusar-la.

Ara és quan Galois pot oferir la seva idea genial. Allò que dóna raó de la resolubilitat o no resolubilitat del polinomi és la naturalesa del conjunt —de fet, del grup— de totes les permutacions de les arrels del polinomi que estem analitzant, que respecten els *lligams estructurals* en un sentit que cal precisar. Trasllada així un problema relatiu al polinomi a un altre indret. L'indret dels *conjunts de permutacions estructurals*. És en aquest indret on hi ha prou llum per veure-hi clar. Aquests conjunts de permutacions estructurals són grups —de fet són subgrups del grup de totes les permutacions possibles de les arrels. Quina gran semblança, i alhora quina enorme diferència, amb el cas dels polígons i els políedres regulars. Però, en ambdós casos, cal una teoria nova: la *teoria de grups de transformacions*. Això fou el que Évariste Galois creà. S'inventà el concepte de *grup* —ja intuït per Cauchy—, el concepte de *subgrup*, de *subgrup normal*, de *grup resoluble*, de *grup simple*, etc. És a dir, fabricà un món d'*estructures algèbriques* que li permetia respondre definitivament un problema ben antic: *la resolució numèrica en el món dels nombres complexos de les equacions polinòmiques*.

Després de molts segles els matemàtics havien aconseguit, gràcies a la genialitat d'un grapat de joves gegants, Carl Friedrich Gauss, Pierre-Laurent Wantzel, Niels Henrik Abel, i Évariste Galois, resoldre problemes iniciats alguns segles abans.

Amb aquesta presentació final el que pretenc és posar de manifest l'enorme *qualitat d'abstracció* que, tan jove com era, aconseguí Galois. Un treball d'una maduresa intel·lectual tan gran que molts matemàtics, molt més madurs en edat i formació que el jove romàntic francès, no hem

aconseguit comprendre mai amb tota la seva profunditat. Així doncs, malgrat el risc que corro de fer-me un xic pesat no puc deixar de posar de manifest la mena d'idees que hi ha dessota del pensament del jove, romàntic, apassionat, revolucionari i matemàtic, Évariste Galois.

El mateix, exactament el mateix, passa en la matemàtica. És per això que us demano a tots els qui teniu la tasca d'ensenyar que us pregunteu, com jo m'he preguntat durant tots els meus anys de docent: com podem ensenyar a intuir? Només he trobat una resposta: «Cal ensenyar-los a enfilarse damunt les espatlles dels gegants», perquè només ells hi veuen més lluny, més clarament, molt més enllà del que hi ha davant mateix dels ulls.

Quantes vegades no m'haureu sentit a dir que, amb l'experiència que he anat adquirint amb el pas dels anys, he pogut constatar que la diferència més clara que hi ha entre les humanitats i les ciències és la lectura, l'estudi, l'aprofundiment, i l'anàlisi dels *gegants*, dels *clàssics*. En l'estudi de la ciència hi ha una *mediatesa* que difícilment podem obviar. Sembla que allò que va trobar un gegant del passat estigui colgat en el pasat, ben mort, i que voler-ho reviure és una pèrdua total de temps i d'energies. Cal estar al dia. En canvi, en el món de les humanitats, allò que cal estudiar, aprofundir, amb què cal familiaritzar-se, són els clàssics, els gegants. Només el coneixement profund de la seva obra ens permet arribar a saber quelcom del que estudiem. Només coneixent-los amb profunditat els podrem superar, amb aportacions noves. Allò que és massa actual, massa nou, encara no consolidat, desperta un cert recel.

Sóc conscient que simplifico, però hi ha molt d'això. Ensenyar, tant si són ciències com si són humanitats, equival a trobar l'equilibri entre els gegants del passat i les

descobertes més recents, a voltes també més fugisseres, menys permanents.

Creieu-me quan us dic que si no ensenyem als estudiants —que esperen de nosaltres que els donem la riquesa de l'experiència, de la perspectiva, de la visió global— a veure-hi més lluny, a copsar les intuïcions, no els hauréu ensenyat res que valgui gaire la pena. Si no els aconseguim, havent-nos alçat fet primer nosaltres mateixos, damunt les espatlles dels gegants, no els podrem ensenyar a albirar l'horitzó.

Recordo que, en algun indret, he llegit: «L'horitzó sempre és a l'horitzó. Quan més ens hi apropem, més s'allunya.» Però no ens hi podrem apropar, encara que després s'esmunyi, si no el tenim ben determinat, si no el veiem clar i nítid.

Tant de bo jo mateix hagués après, d'estudiant, a voler veure-hi més lluny, encara que m'hagués vist obligat a deixar de banda alguna altra activitat.

Em sembla que no tinc res més a dir-vos. Excuseu la poca habilitat per parlar davant d'un públic heterogeni i permeteu-me que, un cop més, us agraeixi la paciència amb què m'heu tractat tots aquests anys, i fins i tot ara.

Gràcies! Moltíssimes gràcies!

VALERI E. GASSIOT  
Barcelona, octubre del 1999

**Dues memòries d'anàlisi d'Évariste Galois**

## PREFACI

Aquest és un llibre de bona fe  
MONTAIGNE

En primer lloc, el segon full d'aquesta obra no és pas curull de noms, cognoms, qualitats, dignitats, ni elogis cap príncep mesquí i avar, la bossa del qual s'hauria obert als fums de l'encens amb l'amenaça de tancar-se quan l'encenser quedés buit. Tampoc no s'hi veu, amb lletres tres vegades més grosses que les altres, un homenatge respectuós a cap capitost de les ciències, a cap savi protector, quelcom tanmateix indispensable (anava a dir inevitable) per a qui, als vint anys, desitgi escriure. No puc dir que dec als consells i als estímuls de ningú allò que de bo hi pugui haver en la meva obra. I no ho dic, perquè dir-ho seria mentir. Si hagués d'adreçar quelcom als grans del món o als grans de la ciència (i en els temps que corren la distinció entre aquestes dues classes de persones és indistingible), juro que no serien pas agraïments. A uns els dec l'haver publicat les ambdues memòries tan tard. Als altres l'haver-ho escrit tot a la presó —un lloc que és erroni considerar-lo de recolliment— on m'he quedat ben sovint estupefacte per la meva pròpia indiferència a tancar la boca als meus estúpids Zoïls, i em crec amb el dret d'usar el mot de Zoïl<sup>1</sup> amb tota la modèstia, perquè la meva consideració pels meus adversaris és ben poca.

---

<sup>1</sup>És un gramàtic d'Anfipoli del segle IV aC, molt conegut per les seves crítiques contra Homer. Aquest nom s'usa en italià i en francès com a sinònim de crític sever i mordaç, i alhora injust.

No es tracta pas de dir per què em tenen empresonat. Però el que sí haig de dir és que sovint els manuscrits s'han perdut en les carpetes dels *monsieurs les membres de l'Institut*, encara que en prou feines pugui concebre una despreocupació com aquesta en persones que ja tenen damunt la consciència la mort d'Abel. Pel que a mi respecta —i no pretenc pas comparar-me amb aquest il·lustre geòmetra— n'hi ha prou que digui que el resum —allò que era essencial— de la meva memòria sobre la teoria d'equacions fou dipositat a l' Académie des Sciences el mes de febrer de 1830, de la qual, ja el 1829, n'havia enviat resums. Ningú no recorda haver-lo vist i que m'ha estat impossible recuperar-lo. Hi ha anècdotes força curioses: però fóra molt poc elegant que les expliqués, perquè l'única cosa que m'ha arribat és la pèrdua del meu manuscrit. Viatger afortunat, el meu aspecte inadequat m'ha salvat de la gola dels llops! Ja he dit prou coses perquè el lector compregui la raó per la qual, al marge de la meva bona voluntat, m'ha estat impossible adornar o deslluir, com es prefereixi, la meva obra amb una dedicatòria.

En segon lloc, ambdues memòries són curtes, totalment desproporcionades al seus títols; hi ha tant francès com àlgebra, al punt que l'impressor, quan li he dut els manuscrits, ha pensat, de bona fe, que eren una introducció. En aquesta qüestió, no tinc excusa. Hauria estat molt fàcil de refer tota la teoria a partir dels seus elements, amb l'excusa de presentar-la de la manera necessària per a la seva comprensió, o millor encara, sense cap mena de preocupació, farcir una branca de la ciència amb dos o tres teoremes nous, sense dir quins! També hauria estat fàcil de substituir successivament totes les lletres de l'alfabet en cada una de les equacions, numerant-les ordenadament per tal de poder reconèixer



a quina combinació de lletres pertanyien les equacions subsegüents; la qual cosa multiplica de manera indefinida el nombre d'equacions si atenem que després de l'alfabet llatí, hi ha l'alfabet grec i, que un cop aquest s'ha acabat, ens queden els caràcters alemanys, que res no impedeix fer servir les lletres síries, i si fa falta les lletres xineses! Hagués estat molt fàcil de transformar deu vegades cada frase, tenint en compte de precedir cada transformació de la paraula solemne de teorema; o bé d'arribar amb la nostra anàlisi a deu resultats coneguts des d'Euclides. O per fi, de fer que cada proposició anés precedida d'un allau important d'exemples particulars! I, d'entre tants mitjans, no he sabut elegir-ne un de sol!

En tercer lloc, la primera memòria fou revisada per un mestre; un extracte, enviat l'any 1831 a l'Académie des Sciences, fou sotmès a l'anàlisi de M. Poisson que en digué, més o menys, que no n'havia entès res. Això, al meu entendre, amb els ulls fascinats per l'amor propi d'autor, significa simplement que M. Poisson no ha volgut o no ha pogut entendre-la però, als ulls del públic, posarà de manifest que el meu llibre no val res.

Resumint doncs, tot això em fa pensar que, en el món dels savis, l'obra que sotmeto al públic serà rebuda amb un somriure de compassió. Els més indulgents em titllaran de maldestre; i durant un temps seré comparat amb Wronski<sup>2</sup> o amb aquells homes infatigables que, tots els anys, troben una solució nova a la quadratura del cercle. Hauré de suportar per damunt de tot el riure foll dels *monsieurs les examinateurs* dels candidats a l'École Polytechnique (als quals m'estranya, sigui dit de passa-

---

<sup>2</sup>Hoene Wronski (Posnam, 1778–París, 1853) l'any 1812 va publicar una nota titulada *Résolution générale des équations de tous les degrés* que, òbviamment, contenia errors macroscòpics.

da, no veure'ls ocupant un silló de l'Académie des Sciences, ja que mai no tindran, ben certament, cap lloc en la posteritat) i que, tenint com tenen monopolitzada la impressió dels llibres de matemàtiques, s'assabentaran que un jove, rebutjat dues vegades per ells mateixos, ha tingut la pretensió d'escriure, no llibres didàctics, sinó llibres que contenen doctrina.

Tot el que precedeix ho he dit per provar que m'exposo conscientment a la mofa dels estúpids.

Si, amb tant poques possibilitats de ser comprès, publico malgrat tot els fruits dels meus esforços, és per deixar constància de la data de les meves recerques, i també perquè els meus amics —els que he pogut fer en el món, abans que no se m'enterrés sota pany i clau— sàpiguen ben de veres allò que he estat durant la vida, i potser també amb l'esperança que aquestes recerques caiguin en mans de persones a les quals una somnolència estúpida no els n'impedeixi la lectura, per poder-les dirigir així pel nou camí que, al meu entendre, ha de seguir l'anàlisi en les branques més avançades. Cal que quedi ben clar que parlo d'anàlisi pura; les meves afirmacions, portades a les aplicacions més directes de les matemàtiques, esdevindrien paradoxals.

Al principi, els llargs càlculs algebriques no eren gaire necessaris per al progrés de les matemàtiques, els teoremes, massa simples, no hi guanyaven res si els traduïem al llenguatge de l'anàlisi. No és fins després d'Euler que els càlculs esdevingueren més i més necessaris i alhora més i més difícils, a mesura que se'ls aplicava a objectes més avançats de les ciències. Des de començaments d'aquest segle, els algorismes han assolit un grau de complicació tan elevat que tot progrés ha estat impossible amb aquest mitjà, sense l'elegància que els geòmetres

moderns han sabut imprimir a les seves recerques, i per mitjà de la qual l'esperit pot copsar amb un simple cop d'ull un gran nombre d'operacions.

És evident que l'elegància, tantes vegades i tan justament dignificada, no té cap altre objectiu que aquest.

Del fet, havent constatat ja a hores d'ara que els esforços dels geòmetres més notables tenen com a objectiu l'elegància, en podem concloure amb tota certesa que és necessari, cada cop més, abraçar diverses operacions alhora, atès que l'esperit no té temps per entretenir-se en els detalls.

Així doncs, penso que les simplificacions produïdes per l'elegància dels càlculs (simplificacions intel·lectuals, s'entén; de materials no n'hi ha pas) tenen el seu propi límit. Crec que arribarà un moment en què les transformacions algebriques dotades de les especulacions dels analistes ja no disposaran ni del temps ni de l'espai suficients. Caldrà acostumar-se amb haver-les previst. No dic pas que no hi hagi res de nou en l'anàlisi sense aquest recurs. Però estic fermament convençut que arribarà un dia en què, sense això, tot s'haurà acabat.

Saltar de puntetes per damunt dels càlculs, agrupar les operacions, classificar-les d'acord amb les seves dificultats i no d'acord amb les seves formes, això és, al meu parer, la missió dels geòmetres futurs; i aquest és el camí que he iniciat en aquesta obra.

No s'ha de confondre l'opinió que expresso aquí amb l'affectació que certes persones tenen d'evitar, aparentment, tota mena de càlculs, traduït en frases molt llargues allò que l'àlgebra expressa breument, i afegint així a la

longitud de les operacions les llargàries d'un llenguatge que no està fet pas per expressar-les. Aquestes persones es troben defasades, cent anys enrere.

Res d'això. Aquí fem anàlisi de l'anàlisi: aquí els càlculs més elevats (les funcions el·líptiques) fets fins ara són considerats com casos particulars. Ha estat útil i indispensable tractar-los, però seria del tot funest voler-los mantenir en recerques més llargues. Ja hi haurà temps, quan l'especialitat d'una funció ho reclami, d'efectuar els càlculs previstos per a aquesta anàlisi més elevada, i de classificar-los segons llurs dificultats, encara que no es trobin especificats per la seva forma.

La tesi general que avanço només serà ben compresa quan hom llegeixi atentament la meua obra que n'és una aplicació. No és que aquest punt de vista teòric hagi precedit l'aplicació, però, un cop acabat el llibre, m'he preguntat què és el que el feia tan estrany a la majoria de lectors. Reflexionant-hi m'ha semblat veure aquesta tendència del meu esperit a evitar els càlculs en les qüestions que tracto i que, a més a més, he reconegut com una dificultat insuperable per a qui els vulgui efectuar, en general, en les matèries que he estudiat.

S'ha de tenir en compte que, en tractar de temes tan nous, i en aventurar-me en un camí tan insòlit, se m'han presentat ben sovint dificultats que no he pogut vèncer. També, en aquestes dues memòries i sobretot en la segona que és la més recent, hi trobareu tot sovint l'expressió «no ho sé». La classe de lectors als quals m'he referit al començament no pararan de riure. I és que, per desgràcia, no sospiten que és precisament quan es dissimula una dificultat quan més mal fa un autor als seus lectors.

Quan la competència, és a dir l'egoisme, no regni ja en les ciències, quan els homes s'associïn per estudiar, en lloc d'enviar a les acadèmies paquets lacrats, hom s'apressarà a publicar les observacions més minces, per poc novelles que siguin, afegint a continuació «no en sé més».

A Sainte-Pélagie, setembre de 1831  
ÉVARISTE GALOIS

## DISCUSSIONS SOBRE EL PROGRÉS DE L'ANÀLISI PURA

De tots els coneixements humans, sabem que l'anàlisi pura és el més immaterial, el més eminentment lògic, l'únic que no necessita per a res les manifestacions dels sentits. Molts conclouen que és, en el seu conjunt, el més metòdic i el més coordinat. Però és una equivocació. Preneu un llibre d'àlgebra, tant si és didàctic com si és de recerca. No hi trobareu pas altra cosa que un amàs confús de proposicions, la regularitat de les quals contrasta curiosament amb el desordre de la totalitat. Sembla que les idees li costin prou a l'autor perquè es prengui la molèstia de lligar-les, i que el seu esperit, esgotat pels conceptes que hi ha a la base de la seva obra sigui incapaç d'infantar una idea única que presideixi tot el conjunt.

Si trobeu un mètode, un lligam, una coordinació, tot és fals i artificial. Són divisions sense fonaments, aproximacions arbitràries, un arranjamant totalment convencional. Aquest defecte, pitjor que l'absència de mètode, el trobem sobretot en les obres de caire didàctic, la majoria fetes per homes que no tenen un coneixement prou aprofundit de la ciència que professen.

Tot això sorprendrà fortament les persones del món que, en general, han considerat la paraula «matemàtica» com a sinònim de regular.

Tanmateix hom restarà també ben sorprès si reflexiona que, aquí com arreu, la ciència és l'obra de l'esperit humà, el qual està més predisposat a estudiar que a conèixer, a buscar la veritat que no pas a trobar-la. En efecte, la gent creu que un esperit que fos capaç de percebre d'un cop el conjunt de veritats matemàtiques que encara no ens són conegudes, les podria deduir regularment i maquinament d'alguns principis combinant-los

segons mètodes uniformes. Sense obstacles i dificultats com els que el savi troba en les exploracions que fa. Però això no és pas així. Si la tasca d'un home savi és més dura i, per tant, més bonica, l'avenç de la ciència és menys regular[.] la ciència progressa per mitjà d'una sèrie de combinacions en les quals l'atzar no hi té cap paper. La seva vida és bruta i s'assembla a la dels minerals que creixen per juxtaposició. Això s'aplica no solament a la ciència que resulta dels treballs d'una sèrie de savis, sinó també a les recerques particulars de cada un d'ells. En va els analistes voldrien dissimular-ho: no dedueixen pas, combinen, componen. I arriben a la veritat agafant, ara d'un costat ara d'un altre, segons cap a on són decantats.

Les obres didàctiques han de compartir amb les de recerca aquesta manca de camí segur quan el tema que tractin no estigui sotmès a la raó. Només en algunes matèries poden tenir una forma completament metòdica. Per donar-la, caldrà un coneixement molt profund de l'anàlisi, però la inutilitat de la tasca fa que desagradi als qui podrien dur-la a terme.

Està totalment fora de la seriositat d'aquest escrit entrar en una lluita semblant en relació amb els sentiments personals d'indulgència o d'animositat respecte dels savis. L'autor dels articles evitarà aquests dos esculls. Si un passat penós el fa garant del primer, un amor profund per la ciència —que li fa respectar els qui la cultiven— és garantia, pel que fa al segon, de la seva imparcialitat.

Es penós, en la ciència, limitar-se al paper de la crítica: només ho farem quan estiguem constrets i ens hi vegem forçats. Quan les nostres forces així ho permetin, després d'haver blasmat, indicarem allò que al nostre entendre és millor. Així tindrem l'oportunitat de cri-

dar l'atenció del lector sobre les idees noves que ens han conduït a l'estudi de l'anàlisi.

En temes menys abstractes, en els objectes d'art, seria ridícul fer que una obra crítica precedís les pròpies obres. Seria reconèixer de forma molt ingènua allò que gairebé sempre és cert o fals, allò que es pren com a model amb el qual es comparen els objectes per tal de jutjar-los. Però aquí, no es tracta pas d'execussions, es tracta de les idees més abstractes que se li ha concedit a l'home de concebre. Aquí la crítica i la discussió són sinònims, i discutir és posar en comú les pròpies idees i les dels altres.

Exposarem, doncs, en alguns articles, allò que hi ha de més general, de més filosòfic, en les recerques que mil circumstàncies m'han impedit de publicar abans. Les presentarem totes soles, sense la complicació dels exemples i de les anotacions marginals, que entre els analistes amaguen moltes vegades els conceptes generals. Les exposarem de bona fe, indicant sense dubtar-ho, el camí que ens hi ha portat i els obstacles que ens han frenat. Perquè volem que el lector sigui tan instruït com nosaltres mateixos de les qüestions que hàgim tractat. Quan l'objectiu s'hagi acomplert, tindrem la consciència que hem fet el bé, no pel profit que en treurà directament la ciència, sinó per l'exemple de bona fe que haurem donat.

Escrit a Sainte-Pélagie entre  
el 29 de març i el 5 d'abril de 1832

ÉVARISTE GALOIS

**Corbera del Llobregat**  
Agost de 1995, 1996 i 1997



# Addenda per als estudiants de matemàtiques

Un filòsof com ell [com Joseph Fourier] hauria hagut de saber que l'únic objectiu de la ciència és l'honor de l'esperit humà, i que aquest nom aixopluga tant una qüestió sobre els nombres com una qüestió sobre el sistema del món.

C. G. J. JACOBI

He volgut escriure aquesta novel·la amb una intenció molt precisa. Volia que fos una novel·la científica que parlés de matemàtics i de matemàtiques. Algú es pot preguntar quin interès podia tenir a fer-ho. La resposta és fàcil. Volia, amb aquesta novel·la, contradir una idea que, al llarg de la vida, he sentit massa vegades, que és ben acceptada fins i tot per molts dels meus col·legues, i per gairebé tota la societat.

Aquesta idea la sintetitza Slomson al prefaci de l'obra *An Introduction to combinatorics*:

Un llibre de matemàtiques no es pot llegir com una novel·la, assegut còmodament en un silló i amb un got de llet al costat. Els llibres de matemàtiques s'han de treballar en una taula o en un escriptori, amb llapis i paper, per poder digerir-ne la teoria i per fer-ne tots els problemes que s'hi proposen. Una bona referència és la quantitat de temps que cal per fer-ne la lectura. Una novel·la es pot llegir a raó de 60 pàgines per hora, mentre que 5 pàgines per hora d'un text de matemàtiques és un ritme excel·lent.

Les paraules de Slomson, com és usual, tracten de forma simètrica dos fets completament diferents. D'una banda la matemàtica com a estudi, i d'una altra la lectura d'una novel·la com a distracció. Però, per a mi, la qüestió és ben diferent. La qüestió és: com llegeix una novel·la un estudiós de la literatura? Com llegeix Bernard Shaw, o Gilbert K. Chesterton, un especialista de la literatura anglesa de finals del segle XIX? A quin ritme? Quantes vegades ha de retornar sobre allò que ja ha llegit per comparar-ho amb una nova lectura, o amb les opinions d'un altre erudit, o fins i tot amb la lectura d'un altre autor de l'època? Les paraules de Slomson fan pensar que llegir una novel·la es fa com si res, però que és impossible exposar i entendre les idees i les intuïcions de la matemàtica sense ser-ne un estudiós. Jo, però, insisteixo, discrepo totalment d'aquesta afirmació.

La paraules de Slomson insinuen que si bé tothom pot «mirar» un quadre, no tothom pot mirar les bel·leses matemàtiques. Ho fa, però, amb un sofisma. Perquè «per fer un quadre» calen moltes hores d'embrutar teles i més teles abans no s'aconsegueix allò que es pretén. Hores copiant els mestres i còpsant-ne la tècnica. No és pas el mateix «mirar un quadre» que «aprendre a pintar qua-

dres», o «fer un quadre»; llegir una novel·la que escriure novel·les, o ser un estudiós de la literatura. Tothom pot escoltar música; alguns, fins i tot, aconsegueixen ballar amb un bon ritme. Són molts menys els qui poden cantar, tot entonant-la, una cançó, una melodia. Molts menys encara els qui poden llegir-la. I encara menys els qui poden interpretar-la. Ben pocs poden compondre-la. Calen moltes hores de dedicació per poder-la llegir i saber com sona; moltes més per tocar-la amb un instrument, per dirigir una orquestra; i moltes més encara per compondre una simfonia, o una òpera.

Per què ens podem apropar a les arts, encara que en siguem neòfits, i no podem apropar-nos a les ciències? És que potser la comprensió vertadera de l'art i de la literatura no requereix una cultura i una intel·ligència prou avançades? Per què no ha de ser possible transmetre les intuïcions matemàtiques, els enigmes de la física, les complexitats de la salut i la vida, les veritats de la filosofia als homes i dones amb prou cultura? En el llibre *Mathematical sciences*, que s'acaba de publicar, Ivor Grattan-Guinness diu:

La història de la matemàtica està totalment absent de la «cultura» de la gent educada, inclosos els historiadors i els matemàtics. [...] Com l'arc iris, les matemàtiques poden ser admirades, però —especialment entre els intel·lectuals— a distància, més enllà de la vida real i la conversació educada. Com a l'arc iris real, les matemàtiques es mantenen inalterables quan algú s'hi apropa, i l'investigador actiu es troba aviat dins un món ple de colors.

Ha estat amb aquest convenciment —el mateix que manifesta Jacobi— que he escrit aquesta novel·la. Ho he fet amb el propòsit explícit d'apropar a tothom la mate-

màtica, els seus personatges i les seves intuïcions. Ho he fet amb el convenciment que l'honor humà és la cultura en totes les seves dimensions, els seus aspectes, i els seus matisos; i que va de l'art a l'enginyeria, de la literatura a la matemàtica, de la filosofia a la música, de l'artesania a la tècnica. La cultura és el patrimoni de tots els homes i totes les dones. Ni la ciència en general, ni la matemàtica en particular no en poden quedar excloses. Aquesta novel·la, basada en un personatge autèntic, Évariste Galois, però novel·lat, i en un professor fictici, fet de retalls de vivències reals i alhora d'experiències inventades, vol apropar les matemàtiques a un ventall prou ampli de lectors. Homes i dones que no volen ser matemàtics, però que no per això renunciïn a copsar-ne la bellesa, la grandiositat, la genialitat. Els textos que s'ofereixen en aquesta addenda —la lliçó inaugural del vell professor de matemàtiques i el PREFACI a *Deux mémoires d'analyse par E. Galois* i les *Discussions sur les progrès de l'analyse pure* d'Évariste Galois— hi poden ajudar. Si ho aconsegueixen, hauré fet diana. Si no, quelcom haurà fallat.

**Lliçó inaugural del curs acadèmic 1999-2000**

Una cosa és saber. Una  
altra saber ensenyar.

CICERÓ

—Il·lustríssim Senyor Conseller, Magnífic Senyor Rector, estimats i estimades col·legues, benvolguts companys i companyes d'Administració i Serveis de la Universitat, apreciats estudiants, senyores i senyors:

El Senyor Rector, en nom de la Universitat que representa, em va demanar ara fa cosa de quatre mesos que us dirigís una reflexió en veu alta sobre el fet docent.

L'oferiment se'm plantejà com un repte. Un professor de matemàtiques havia de parlar de la docència universitària a la comunitat docent i discent i, a través d'ella, a la societat en general. Però jo, realment, només puc parlar de la «docència de les matemàtiques».

El primer que vull posar de manifest és que la matemàtica és una activitat humana. Feta per homes i dones de totes les èpoques i nacionalitats, en gairebé totes les llengües amb cultura, i que s'aprèn gràcies a la transmissió que en fan les professores i professors. La *vox populi* sembla d'acord en el fet que aquests professors no aconsegueixen transmetre-la com quelcom que pot ser entès amb naturalitat i après senzillament. La dificultat rau, sense cap mena de dubte, en el fet que la matemàtica, gairebé com el llenguatge, és un «constructe» de la ment humana amb una vitalitat pròpia que ens fa pensar que existeix amb independència del seu coneixement i de la seva creació. Això, permeteu-me ser rotund, és fals o, en tot cas, erroni.

Si volem transmetre la matemàtica de forma comprensible, ens cal partir d'aquest fet. Abans que res, hem de ser capaços de fer entendre que la disciplina que ensenyem i que els nostres deixebles han d'aprendre és fruit de la creació de l'esperit humà. Només, des d'aquesta perspectiva, és possible la comprensió dels problemes matemàtics, de l'essència del fet matemàtic. La tècnica pròpia de la disciplina, tan vital per al professional de la matemàtica, és secundària i pot ser evitada.

Isaac Newton ens va deixar una dita que ve molt a tomb del que suara us he dit:

Si he vist més lluny és perquè m'he enfilat damunt les espatlles dels gegants.

Em sembla que aquesta frase és una frase paradigmàtica del fet docent.

Si volem que els nostres alumnes arribin a veure-hi prou lluny, tan lluny com el qui els ensenya i, si pot ser, més lluny encara, només cal que els ajudem a enfilarse damunt les espatlles dels gegants.

Per això faré una síntesi breu d'una de les descobertes clau de les matemàtiques i dedicaré el poc temps que tinc a ajudar-vos a enfilar-vos en l'espatlla d'un d'aquests gegants. Centraré, doncs, la meua lliçó en un dels invents matemàtics del segle XIX.

A l'escola ens van ensenyar a resoldre equacions de segon grau. Vàrem aprendre que les arrels  $x_1, x_2$  de l'equació de segon grau  $aX^2 + bX + c = 0$ , s'obtenen aplicant l'algorisme següent:

Menys  $b$ , més o menys l'arrel quadrada de  $b$  al quadrat menys quatre vegades  $a$  per  $c$ , i tot això dividit per dues vegades  $a$ .

És a dir,

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a},$$

amb *discriminant*  $\Delta = b^2 - 4ac$ . Tots, tant si ho enteníem com si no, disposàvem d'un *algorisme* —d'un mètode estàndard de càlcul— per resoldre equacions de segon grau o *quadràtiques*. I també vàrem aprendre que hi havia un lligam molt íntim, i molt simple, entre les arrels  $x_1, x_2$ , de l'equació, i els coeficients  $a, b, c$ , del polinomi. Eren:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a},$$

De fet, doncs, com ja sabien els babilonis 2000 anys abans de Crist, resoldre una equació de segon grau està íntimament lligat a la geometria. Resoldre una equació de segon grau equival a:

Trobar les dimensions d'un rectangle del qual es coneix l'àrea i la meitat del perímetre.

En un altre context, vàrem aprendre a dibuixar figures geomètriques usant només el regle i el compàs. Dibuixàvem la perpendicular a una recta des d'un punt exterior, un triangle equilàter, un quadrat, un pentàgon. Dividíem un angle en dues parts iguals, i fèiem moltes altres operacions i figures geomètriques.

Qui de nosaltres —seguint les intuïcions de René Descartes [1596–1650] i de Pierre de Fermat [1601–1665]— no

aprengué que una recta s'expressa per una equació de primer grau amb dues incògnites com ara  $aX + bY = c$ ? I una circumferència, per una de segon grau amb dues incògnites de la forma  $X^2 + Y^2 + 2aX + 2bY + c = 0$ ? I qui, tot usant aquestes equacions, no féu alguna vegada geometria amb els recursos de l'àlgebra? Aparentment, com més creixia l'àlgebra més minvava la geometria.

Tots estàvem, doncs, en situació de fer-nos algunes preguntes geomètriques des de l'àlgebra. Si ens les haguéssim fet, hauríem aconseguit veure-hi molt més lluny del que, aparentment, permeten les tècniques de dibuix, i molt més lluny del que permeten els algorismes del càlcul algèbric. Tot plegat ben senzill i inofensiu. Però, quants de nosaltres hem arribat a veure-hi suficientment lluny? Qui ens ha enfilat, com quan érem petits i anàvem a veure passar els Reis Mags, a les espatlles perquè poguéssim veure per damunt dels qui ens tapaven? Qui ens ha ajudat a albirar intuïcions noves, moltes vegades inesperades i profundes? És difícil de respondre aquestes preguntes. Potser sí que ens varen enfilat prou enlaire perquè miréssim ben lluny, però nosaltres vàrem preferir mirar cap a un altre indret, potser a terra.

Ara que ja sóc un ancià, vull dir-vos això. Ensenyar és obrir la ment dels alumnes, acostumar-los a fer-se preguntes, fer-los flairar aromes nous, possibilitats no pensades abans. Però, al mateix temps, ensenyar és fer-los adquirir mecanismes de tota mena amb què poder fer coses, d'acord amb allò que cada un d'ells persegueix. En el cas de les matemàtiques, això darrer consisteix a fer-los aprendre algorismes, mètodes, tècniques...

M'haureu sentit dir moltes vegades —darrerament em repeteixo molt— que cal ensenyar a tenir intuïcions. I



m'haureu sentit preguntar als qui s'anomenen didactes de la matemàtica: «Com s'enseny a intuir?» Quantes vegades no m'han contestat que cal ser prudents, perquè la intuïció condueix fàcilment a l'error i l'error s'ha d'evitar! Jo, tanmateix, discrepo d'aquesta resposta, com discrepo també de l'opinió expressada per Gide: «La imaginació imita, l'esperit crític inventa». Fals, absolutament fals! Per crear en qualsevol camp —també en matemàtiques— cal molta imaginació. Perquè inventar és, com fa el savi, «treure del bagul, coses noves i coses velles».

Recordo —deixeu-me que divagui un moment, a la meua edat m'està permès— que quan estudiava segon de matemàtiques, el Dr. Linés ens va proposar com a llibre de text l'*Análisis matemático* de Tom Apostol. El llibre, com corresponia a l'època, era més aviat teòric i formal. El professor que ens feia les classes de problemes —un home ja madur, amb molt bona voluntat,— sabia calcular límits, fer integrals, sumar sèries, . . . , i ho ensenyava bé. Però no havia après la *matemàtica moderna* —en aquell temps tothom li deia així— que impregnava les pàgines de l'Apostol, i els problemes que el text ens proposava quedaven per fer. Com podríem aconseguir que algú ens indiqués la manera de fer aquells problemes, massa teòrics per al professor de problemes? Ho vàrem exposar al Dr. Linés. Ell ens va escoltar, i es va fer càrrec de la situació. Va dir que hi pensaria i que buscaria una solució. Al cap d'uns dies, l'havia trobada:

—No se preocupen. Dedicaremos dos o tres sábados por la mañana a resolver algunos de los problemas del Apostol. ¿Les parece bien?

Vàrem acceptar. Les classes pràctiques que ens va donar van ser apassionants. Ens explicava cada problema tal

i com l'havia pensat, des del començament. Intentava fer-nos veure què li havia fet intuir l'enunciat, què li havien suggerit les dades, com calia articular els resultats teòrics per anar avançant. Però el que ens resultava més profitós de tot, era quan ens explicava que havia equivocat el camí, per què, i com havia aconseguit reconduir el problema.

—Entonces —deia— me di cuenta de que me había equivocado al plantearlo en aquellos términos... No crean, equivocarse es muy formativo! Deben ser capaces de aprender de los errores.

Quantes vegades en la vida no he recordat aquestes paraules! I quantes vegades no he recordat l'episodi personal que vaig viure amb aquell gran mestre. Feia pocs dies que havia fet l'examen d'*Análisis II*. Tornava del bar, cap al claustre de Ciències, i em vaig creuar amb el Dr. Linés. Em féu un gest perquè m'apropés. Quan vaig ser al seu costat, em va dir:

—Señor Gassiot, ha aprobado. Justo, pero ha aprobado. El tercer problema estaba mal, pero tenía intuiciones muy buenas. Siga así! Alimente su olfato, su intuición!

Em vaig quedar de pedra. Ara que ja no importa gaire —el meu currículum és el que és—, puc dir que no m'he distingit precisament per les intuïcions. Però, en aquell moment —jo era jove i esperava ser un gegant—, vaig considerar les paraules del Dr. Linés com una gran lliçó, una lliçó que calia retenir i, quan s'escaigués, aplicar. El gran matemàtic francès Henry Poincaré, va dir:

Si hagués escrit tot el que he pensat i intuït però que era erroni, en lloc de publicar uns quants articles i llibres, hauria produït una biblioteca. No hauria tingut temps per escriure-ho tot!

Reprenent el fil del que us estava dient, repeteixo: cal ensenyar a intuir. Això s'aconsegueix fent dubtar, fent-se tota mena de preguntes, aprenent a particularitzar quan es disposa d'un resultat general, i a generalitzar quan allò que es té és un cas particular. Per generar intuïcions, cal començar sempre pel més senzill, pel que és a l'abast dels sentits, incloses les habilitats de raonar, pensar, dubtar, i preguntar.

I cal ensenyar a no témer ni les respostes negatives ni les preguntes negatives. Al començament de tot aprenentatge, cal fer-se preguntes positives, però, a poc a poc, cal introduir-ne de negatives. És un exercici intel·lectual realment excel·lent.

Pot ser que amb tota aquesta xerrameca no aconseguixi transmetre amb prou claredat allò que us vull dir, allò que desitjo comunicar-vos. Us demano un xic més de paciència. Deixeu-me exemplificar-ho.

Començaré amb una paràbola que, encara que l'hàgim sentit moltes vegades, no està exempta de reflexió.

En un extrem d'un carrer fosc hi ha un llum, no gaire potent. Quan un home passa per sota del llum, en veu un altre d'ajupit buscant un objecte que acaba de perdre.

—Ep mestre, què heu perdut? —li pregunta, amb la intenció d'ajudar-lo.

—Una moneda —li respon l'home ajupit.

—Que us puc ajudar?

—Si voleu!

Els dos homes s'estan una bona estona palpant el terra, veient com són les llambordes, quina mena de clots hi ha, quina estructura té l'empedrat, i tantes i tantes

altres impressions que els queden fixades en el cervell. Després d'una bona estona de buscar la moneda, res de res. L'home que s'acaba d'incorporar a la recerca no s'ho pot creure. Han recorregut el terra pam a pam.

—Esteu segur que l'heu perduda aquí?

—No! —li respon sorprès l'interrogat—. L'he perduda allà a baix.

—I doncs, per què la busqueu aquí?

—Home, quina pregunta! Doncs perquè aquí hi ha llum. Allà és fosc, i no la hi podríem trobar per més que ens hi entretinguéssim.

El conte s'acaba aquí. Però em sembla que en podem treure una lliçó molt interessant. Allà on hi ha llum, podem aconseguir molts bons coneixements, i aquests coneixements ens suggeriran intuïcions sobre com pot ser l'indret on no hi ha llum. Un cop ben assolits els coneixements, podrem fer-los servir per buscar millor allà on no hi ha claror. Tindrem més garanties d'èxit.

Doncs bé, això és precisament el que vull dir. El mestre ha d'ensenyar a mirar allà on hi ha llum, a adquirir idees, imatges, possibilitats, a enfrontar-se amb fets dubtosos, i àdhuc impossibilitats. Després, un cop aquests coneixements estan ben afermats, els alumnes poden anar als indrets més foscos i, tot aplicant el que han après, treure'n el màxim profit.

Els matemàtics grecs es van trobar amb una gran foscor: els *incommensurables*. Com pot ser que una magnitud que no es pot referir a la unitat tingui assignat un nombre? És que, potser, el nombre no és sempre relatiu a la unitat? Per a la mentalitat ontològicomatemàtica grega, no era gens clar que poguéssim associar un nombre a

una magnitud incommensurable. Calia anar a un indret més clar. Aquest indret és la *constructibilitat amb regla i compàs*. Allò que puguem construir existirà, i allò que no puguem construir, no! Ja no importa si és susceptible d'admetre un nombre o no! Fou així com els grecs varen desenvolupar una gran habilitat geomètrica. Van aconseguir dividir un angle en dues parts iguals, construir un pentàgon regular, etc. Però se'ls van plantejar preguntes molt interessants: Què fa que un angle sigui divisible en dues parts iguals i, en canvi, no ho sigui en tres? Què fa que puguem construir un pentàgon i, en canvi, no puguem construir un heptàgon? Aquestes qüestions —vinculades a una zona lluminosa— es van mantenir, durant molt de temps, en la foscor. No hi havia prou llum.

El primer teorema dels *Elements* d'Euclides [III aC] fa referència a la possibilitat de construir un triangle equilàter de costat donat.

*Construïu un triangle equilàter ABC de costat AB.*

La construcció és senzilla: amb centre en  $A$  i radi  $AB$ , fem una circumferència i, amb centre en  $B$  i radi  $BA$ , en fem una altra. Aquestes dues circumferències es tallen en un punt  $C$ , que és el tercer vèrtex del triangle equilàter.

*El triangle equilàter ABC de costat AB, l'hem construït sense recórrer per a res al món dels nombres.* Així Euclides aconsegueix resoldre, en l'àmbit estrictament geomètric, el problema geomètric que s'havia plantejat.

En canvi, el genial filòsof i matemàtic francès René Descartes prefereix recórrer al món numèric. Suposa que té dos punts del pla  $A = (0, 0)$  i  $B = (1, 0)$ . Considera les equacions algèbriques de dues circumferències: la de

centre  $A$  i radi 1,  $x^2 + y^2 - 1 = 0$ , i la de centre  $B$  i radi 1,  $x^2 - 2x + y^2 = 0$ . Les talla. És a dir, resol el sistema d'equacions de segon grau:

$$x^2 + y^2 - 1 = 0, \quad x^2 - 2x + y^2 = 0.$$

Així és com obté el vèrtex  $C = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\sqrt{3})$  del triangle equilàter  $\triangle ABC$ . A més, malgrat haver començat amb nombres racionals, obté  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ , que és un tipus nou de nombre. És un *nombre irracional*.

Per a un matemàtic grec aquesta mena de nombres no existia, però el punt  $C$  —sense nombres—, sí. La idea de Descartes fou acceptar aquest nombre nou i incorporar-lo al món dels nombres construïbles. Així obtingué una *extensió del cos dels nombres racionals*. És a dir, un univers numèric nou, tancat per les quatre operacions aritmètiques elementals:  $+$ ,  $-$ ,  $\times$ ,  $\div$ . Descartes, doncs, parteix de  $\mathbb{Q}$  i, un cop construït el punt  $C$ , obté, des del punt de vista de l'àlgebra, l'extensió

$$\mathbb{Q}(\sqrt{3}) = \{q + q'\sqrt{3} : q, q' \in \mathbb{Q}\}.$$

Llavors, per fer una nova construcció, pot partir d'aquesta extensió numèrica  $\mathbb{Q}(\sqrt{3})$ .

Quina gran intuïció! Que simple! Només cal associar nombres als punts que es van construir. *El món dels nombres es va fabricant*, i només conté les solucions reals d'equacions de segon grau. *No cal una àlgebra gaire complicada per explicar el món dels nombres construïbles amb regle i compàs*. Només la de les equacions de segon grau, la resolució de les quals era coneguda des de l'antigor. *L'algorisme de resolució és senzill: conté les quatre operacions aritmètiques elementals i l'extracció d'arrels quadrades*. I, atès que està permès usar nombres ja construïts, els coeficients de les successives equacions

de segon grau són, cada cop, més sofisticats. És, però, l'única cosa que es pot complicar. En definitiva:

Els nombres construïbles formen el més petit cos que conté  $\mathbb{Q}$  i, a més, és tancat per l'extracció d'arrels quadrades dels nombres positius.

\*       \*       \*

Abans d'entrar de ple dins el món de l'àlgebra, i fer-nos preguntes que ens ajudin a desvetllar intuïcions, he de dir-vos que *la geometria del regle i el compàs* també suggereix preguntes, aparentment independents de l'àlgebra (vegeu el paràgraf §0, p 261). Algunes d'aquestes preguntes són:

*Què podem fer amb un compàs rovellat — un compàs obert d'obertura inamovible — i un regle? Podem fer el mateix que amb un compàs normal i un regle?*

*Què podem fer amb un compàs sol? I amb un regle sol?*

Totes aquestes preguntes se les van fer alguns matemàtics, i també alguns dels grans artistes del Renaixement. Un cop fetes, i un cop se'ls hagué donat resposta, podien complicar-se una mica més.

*Hi ha altres maneres de construir, a banda del regle i el compàs? La papiroflèxia, per exemple, permet construir punts? S'obté el mateix? I, si no, què s'obté?*

I, per analogia amb l'èxitós mètode cartesià que, com vèiem, permet ampliar el cos dels racionals amb els nombres associats als punts nous, ens preguntem:

*Aquesta geometria té associada una àlgebra?  
Quina?*

\*       \*       \*

Deixarem, però, de banda aquesta mena de preguntes, perquè el que vull exposar són les intuïcions que van portar Évariste Galois a la teoria algèbrica que coneixem amb el nom de *teoria de Galois*.

Per tal de fer més entenedora la resta de l'exposició, l'enumeraré en paràgrafs. En cada un procuraré posar de manifest una intuïció. Seguiré l'ordre històric, però fixant-me fonamentalment en la gradació de la complexitat de les intuïcions que vagin sorgint. Atès que, en tot moment, evitaré les demostracions, recorreré a una presentació més visual i no tan rigorosa, procurant no traïr el fet matemàtic.

**§ 1. Els segments irracionals dels *Elements*.** Hem vist que els nombres construïbles amb regla i compàs són arrels d'equacions de segon grau, els coeficients de les quals són nombres ja construïts. I recíprocament, tota solució d'una equació de segon grau, els coeficients de la qual siguin nombres ja construïts, és construïble.

*Quan construïm nombres amb regla i compàs,  
quina mena de nombres reals obtenim?*

La primera resposta a aquesta pregunta la donà Euclides a l'element **x** dels *Elements*. L'objectiu d'Euclides —assolit al darrer llibre— era mostrar l'*existència* dels cinc sòlids platònics —el tetràedre, l'hexàedre, l'octàedre, l'icosàedre, i el dodecàedre—, tot construint-los amb regla i compàs, i alhora veure que no n'hi ha cap més. *Per fer-ho no necessitava construccions geomètri-*



*ques gaire complicades.* La més sofisticada de totes —la que correspon al costat de l'icosàedre inscrit en una esfera de radi 1— és, mirada amb els ulls de René Descartes, un nombre de la forma  $\sqrt{\sqrt{q} \pm \sqrt{q'}}$ , on  $q, q'$  són racionals, no quadrats perfectes; en concret,  $\frac{1}{5}\sqrt{10(5 - \sqrt{5})}$ . Euclides no necessitava objectes geomètrics més sofisticats i, com que no en necessitava més, va deduir que no n'hi havia més. Aquesta afirmació era totalment subjectiva, i alhora molt pobre.

El fet que en els *Elements* d'Euclides no es fessin construccions més complexes que les indicades no justifica, en absolut, que no se'n poguessin fer. És clar que, un cop construïts dos nombres  $k, k'$ , d'una certa complexitat, és lícit construir, per exemple, el nombre  $\sqrt{\sqrt{k} + \sqrt{k'}}$ . Els *Elements* d'Euclides no exhaureixen, ni de bon tros, totes les possibilitats de construcció amb regla i compàs.

**2. Hi ha d'altres irracionals.** Ha quedat clar que els nombres construïbles són les solucions d'equacions de segon grau. Una bona manera de suggerir intuïcions és generalitzar. Així doncs és lícit preguntar-se:

*Què passa amb les equacions de tercer grau?  
Les seves arrels són construïbles amb regla i  
compàs?*

El matemàtic italià Leonardo da Pisa [ $\sim 1175$ –1250], conegut també amb el nom de Fibonacci, demostrà a *Flos* [1225] que el polinomi

$$X^3 + 2X^2 + 10X = 20$$

té almenys una solució real, que no és de cap de les formes irracionals d'Euclides. Usant, però, mètodes orientals —mètodes d'aproximació d'arrels, propis de la Xina i de l'Índia i transmesos a Occident pels matemàtics de l'islam—, en calculà el seu valor aproximat amb notació babilònica sexagesimal, i obtingué el valor  $x = 1; 22, 7, 42, 33, 4, 40$ .

**§ 3. La resolució de la cúbica.** La pregunta més natural que podien plantejar-se els algebristes, un cop introduïda l'àlgebra entesa com l'*anàlisi de la resolució de les equacions polinòmiques*, era la següent:

*Existeix un algorisme, anàleg al de les equacions de segon grau, que permeti resoldre una cúbica? És a dir, hi ha un algorisme que usi només els coeficients de la cúbica, les quatre operacions algèbriques, i l'extracció d'arrels?*

Els algebristes italians del Renaixement, Niccolò Fontana [ $\sim 1499$ –1557], de sobrenom Tartaglia, i Gerolamo Cardano [1501–1576], van aconseguir trobar un algorisme per resoldre les equacions cúbiques. Aquest algorisme és un xic més complicat que el que vàrem aprendre per resoldre les equacions quadràtiques perquè precisa d'una operació nova: l'*extracció d'arrels cúbiques*.

Suposem que volem resoldre la cúbica  $X^3 + pX + q = 0$ . Cal fer servir l'*algorisme de Tartaglia-Cardano*:

$$x = \sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B},$$

amb

$$A = -\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}, \text{ i } B = -\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}.$$

La idea que porta a aquest algorisme és fàcil de recordar. Fem  $X = U + V$  i calculem  $X^3$ . Tenim, d'una banda:

$$X^3 = 3UV(U + V) + U^3 + V^3 = (3UV)X + U^3 + V^3.$$

D'una altra banda, tenim que  $X^3 = -pX - q$ . Igualant els coeficients, s'obtenen les igualtats:

$$U^3 + V^3 = -q, \quad U^3 V^3 = -\frac{1}{27}p^3.$$

És a dir,  $A = U^3$ ,  $B = V^3$  formen un rectangle d'àrea i perímetre coneguts. Són, doncs, les arrels de l'equació quadràtica

$$Y^2 + qY - \frac{1}{27}p^3.$$

De fet, no importa gaire que sapiguem com s'obté, ni tampoc que el recordem de memòria. L'única cosa que cal retenir són els dos fets següents:

L'expressió anterior

1. Conté els coeficients  $p, q$  de la cúbica, i les operacions aritmètiques elementals  $+, -, \cdot, \div$ .
2. L'extracció d'arrels quadrades i cúbiques.

Si volem mantenir l'analogia amb el cas quadràtic, ens hem de preguntar:

*És possible construir una arrel cúbica amb regla i compàs?*

La resposta definitiva a aquesta pregunta la donà, l'any 1837, Pierre-Laurent Wantzel [1814–1848], quan tenia només vint-i-tres anys. Era, curiosament, un repetidor de l'École Polytechnique de París.

El treball és exactament dos-cents anys posterior a *La Géométrie* [1637] de Descartes. Segueix, però, les d'idees que s'insinuen al final del llibre primer del text cartesià en una d'aquelles afirmacions, alhora genials i críptiques, tan típiques del genial erudit francès del segle XVII:

I si [el problema] és resoluble mitjançant la geometria ordinària, és a dir, fent servir només rectes i circumferències del pla, quan la darrera equació s'hagi desentrellat totalment, tindrem que el quadrat de la incògnita serà igual a una certa quantitat coneguda més o menys la incògnita multiplicada per una quantitat coneguda.

Això Wantzel ho reinterpreta de la manera següent. Resoldre un problema geomètric amb regla i compàs equival a considerar, en l'àmbit de l'àlgebra, un sistema concatenat d'equacions de segon grau, la primera de les quals té els coeficients racionals, la segona té, com a coeficients, nombres de l'*extensió* que s'obté de  $\mathbb{Q}$  quan li afegim les arrels de la primera equació quadràtica, i així successivament. Després de substituir, ordenadament, els coeficients de cada equació per expressions racionals dels coeficients de l'equació anterior, obté el següent resultat:

Tot nombre construïble amb regla i compàs és necessàriament l'arrel d'un polinomi *irreductible* sobre  $\mathbb{Q}$ , el grau del qual és una potència de dos.

Aquest resultat és força natural perquè és el que s'esdevé quan fem arrels quadrades dins d'arrels quadrades, i construir amb regla i compàs equival a tallar circumferències i rectes. I cada cop que, per aconseguir el punt buscat, fem servir una circumferència, apareix una arrel quadrada.

En el llenguatge de l'àlgebra, l'extracció aritmètica d'una arrel cúbica equival a trobar una arrel d'una equació de la forma  $X^3 - a = 0$ . El grau d'aquest polinomi **no** és una potència de dos. Per tant, si és irreductible, l'arrel cúbica no es podrà construir amb regla i compàs. En el món geomètric, en canvi, l'extracció d'una arrel cúbica equival a *doblar un cub*, un dels tres *problemes clàssics* de la geometria grega.

**§ 4. L'ensurt de la cúbica irreductible: els complexos.** Hem generalitzat. Sempre que es fa una generalització és convenient preguntar-se:

*Hi ha alguna cosa digna d'atenció que hagi canviat?*

Com ja hem indicat, resoldre una equació de segon grau equival a resoldre un problema geomètric. Ara bé, donat un semiperímetre  $a$ , i una superfície  $A$ , no sempre existeix un rectangle d'àrea  $A$  i perímetre  $2a$ . La màxima superfície que podem aconseguir amb un semiperímetre  $a$  és  $\left(\frac{a}{2}\right)^2$ . Per això Gerolamo Cardano, en un moment de genialitat, analitza el problema següent:

Si algú ens diu: divideix 10 en dues parts que, multiplicades, donin 40, trobarem que és impossible.

Ell, tanmateix, insinua que podríem considerar com a solucions els *objectes algebriacs*  $5 + \sqrt{-15}$ ,  $5 - \sqrt{-15}$ , atès que sumats i multiplicats «formalment» donen el que han de donar. I aleshores afegeix:

Aquesta solució és tan subtil, com inútil.

De fet està dient:

*Per què busquem una solució algèbrica, quan el problema geomètric no té solució?*

Però la situació es complica ben de veres quan el que estem analitzant és el cas de la cúbica. D'acord amb el *teorema de Bolzano*, que diu:

Si un polinomi  $P(X)$  canvia de signe entre dos valors  $x_1, x_2$  de la variable  $X$ , té un zero  $\xi$  entre  $x_1$  i  $x_2$ ,

tota cúbica té una arrel real. En particular, la cúbica  $X^3 = 15X + 4$  té l'arrel evident  $x = 4$ . Però, en aquest cas concret, l'algorisme de Tartaglia-Cardano té un discriminant negatiu:  $\Delta = -121$ . Per tant, l'algorisme **no** permet trobar les arrels de la cúbica, i consegüentment esdevé inútil. La qüestió de les cúbiques *irreductibles* —és a dir, de les cúbiques amb discriminant  $\Delta < 0$ —, la va reprendre, l'any 1572, Rafael Bombelli [~1526–1573], i la va resoldre tot introduint els *nombres complexos* i l'*extracció d'arrels cúbiques de nombres complexos*.

Hi ha, doncs, un fet que ha canviat radicalment. En el cas quadràtic l'algorisme tenia el discriminant negatiu, quan realment no hi havia cap solució geomètricament acceptable. En canvi, en el cas de les cúbiques, el discriminant  $\Delta$  pot ser negatiu malgrat que el problema admeti solucions geomètriques reals i rellevants. Aquest fenomen —resoldre algèbricament les cúbiques que tenen solució geomètrica real— només s'arregla acceptant els *nombres complexos*.

Encara que només sigui de passada, és bo recordar les paraules d'Isaac Newton [1642–1727], en l'*Arithmetica Universalis* [1673–1683, publicada l'any 1707], en defensa la utilitat dels nombres complexos:

Permeten saber quins són els problemes que, malgrat tenir solució algebàrica, no en tenen de geomètrica.

Molta atenció!, un cop acceptats els nombres complexos, resultarà que tota equació de segon grau tindrà sempre dues arrels complexes, tota equació de tercer grau, tres, i tota quàrtica, quatre, com provaria Luigi Ferrari [1522–1565] en l'*Ars Magna* [1542] de Cardano.

**§ 5. Un teorema d'existència realment notable.** És lícit doncs fer, per generalització, una pregunta nova, que abans no hauria tingut cap mena de sentit. Aquesta pregunta és el *teorema fonamental de l'àlgebra*:

*Tota equació polinòmica de grau  $n$ , amb coeficients reals, té sempre  $n$  arrels complexes, si comptem les repetides?*

Aquest teorema fou intuït per Albert Girard [1595–1632], l'any 1629.

L'any 1746, Jean-le-Rond d'Alembert [1717–1783], un dels ideòlegs de la Il·lustració francesa, l'enuncià per primera vegada de forma explícita i clara, i intentà donar-ne una demostració. A més, establí que, en els polinomis amb coeficients reals, les arrels complexes van aparellades. La primera demostració rigorosa —rigorosa en el sentit que no pressuposava l'*existència d'un cos de descomposició del polinomi*— la féu Carl Friedrich Gauss [1777–1855] l'any 1799. Tamateix, Pierre-Simon Laplace [1749–1827], l'any 1795, n'havia fet una de molt bonica, quan era professor de l'École Normale. Curiosament és la que em van ensenyar a les *Matemáticas generales* de *Selectivo*.

La demostració de Laplace —molt semblant a la segona de les demostracions de Gauss— es basa en dos fets:

El primer estableix: «Tot polinomi té tantes arrels —sense que en sapiguem la naturalesa— com el grau».

Aleshores cal establir que són complexes. Per aconseguir-ho, Laplace recorre a la *inducció* sobre el grau. Per això li cal un segon resultat: el *teorema fonamental de les funcions simètriques*.

**§ 6. Les funcions simètriques i el discriminant.** En *L'Invention Nouvelle en l'algèbre* [1629], Girard s'adonà d'un altre fet important:

Hi ha certs lligams entre les arrels de l'equació polinòmica i els coeficients del polinomi.

Aquests lligams s'obtenen aplicant simplement el *teorema del factor*.

Suposem que  $P(X)$  és el polinomi de  $\mathbb{Q}[X]$

$$X^n + a_1 X^{n-1} + a_2 X^{n-2} + \cdots + a_{n-1} X + a_n,$$

i que les arrels de  $P(X) = 0$  són  $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n$ . Aleshores

$$\begin{aligned} P(X) &= (X - x_1) \cdots (X - x_n) = \\ &= X^n - \sigma_1 X^{n-1} + \cdots + (-1)^{n-1} \sigma_{n-1} X + (-1)^n \sigma_n. \end{aligned}$$

D'això en resulta que la suma de les potències  $k$ -èsimes de les arrels del polinomi és una funció polinòmica dels seus coeficients. És a dir,

$$x_1^k + x_2^k + \cdots + x_{n-1}^k + x_n^k = Q(a_1, \dots, a_n).$$

Així van aparèixer el que Girard anomenà les *faccions*. De fet, eren el que avui anomenem les *funcions simètriques elementals*  $\sigma_i^* := \sigma_i(x_1, \dots, x_n)$ ,  $i = 1, \dots, n$ :

$$\begin{aligned} \sigma_1^* &= x_1 + x_2 + \cdots + x_n, \\ \sigma_2^* &= x_1 x_2 + \cdots + x_1 x_n + \cdots + x_{n-1} x_n = a_2, \end{aligned}$$



$$\begin{array}{c} \vdots \\ \sigma_n^* = x_1 x_2 \cdots x_n = (-1)^n a_n. \end{array}$$

Aquestes funcions tenen la particularitat que són *invariants* per qualsevol permutació de les arrels  $x_i, i = 1, \dots, n$ . Girard, a més, aconseguí calcular el valor de la suma de les potències  $k$ -èsimes de les arrels  $x_i$  de l'equació  $P(X) = 0$ , coneixent solament els coeficients  $a_1, \dots, a_n$  del polinomi  $P(X)$ .

Aquest teorema seria establert amb molta més generalitat en l'obra, ja esmentada, de Newton.

Aquest camí conduí al *teorema fonamental de les funcions simètriques*, intuït per Newton en el període 1673–1683, en què impartí lliçons d'àlgebra a Cambridge. Diem que un polinomi  $Q(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{Q}[x_1, \dots, x_n]$  de  $n$  variables és *simètric* si, i només si, és invariant per a tota permutació de les variables  $x_1, \dots, x_n$ . Bé doncs,

Tot polinomi simètric de  $n$  variables,  $\mathbb{Q}$  les variables del qual són les funcions simètriques elementals  $\sigma_i^*, i = 1, \dots, n$ .

De retruc, si  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$  són les arrels de l'equació polinòmica  $P(X) := a_n X^n + \cdots + a_1 X + a_0 = 0$ , amb  $\alpha_1, \dots, \alpha_n \in \mathbb{Q}$ , tot polinomi simètric  $Q(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$  és pot expressar polinòmicament en funció dels coeficients  $a_1, \dots, a_n$  de  $P(X)$ .

Les funcions simètriques són, per definició, invariants per a tota permutació  $\sigma \in \mathfrak{S}_n$ . Si  $x_1, \dots, x_n$  són les arrels de  $P(X) = 0$ , on  $P(X) \in \mathbb{Q}[X]$ , aleshores, atès que  $\sigma_1(x_1, \dots, x_n), \dots, \sigma_n(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{Q}$ , tota funció simètrica  $S(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{Q}$ . Diem breument que  $\mathfrak{S}_n$  deixa invariant  $\mathbb{Q}$ .

Un cas particular, realment important, de polinòmi simètric és el *discriminant*:

$$\Delta(x_1, \dots, x_n) = (x_1 - x_2)^2 \cdots (x_1 - x_n)^2 \cdots (x_{n-1} - x_n)^2.$$

Òbviament, és invariant per a *totes* les permutacions de les arrels  $x_1, \dots, x_n$ . És a dir, és invariant per a tota *permutació*  $\sigma$  del *grup simètric*  $\mathfrak{S}_n$  de  $n$  elements. Recordem que una permutació de  $n$  elements és una bijecció del conjunt  $\{1, 2, \dots, n-1, n\}$  dels índexos de les arrels  $x_1, \dots, x_n$  en si mateix. El *discriminant* de l'equació polinòmica  $P(X) = 0$  és, doncs, una funció polinòmica dels coeficients  $a_1, \dots, a_n$  de  $P(X)$ .

En canvi, la funció  $\delta(x_1, \dots, x_n)$ , que és igual a

$$\sqrt{\Delta(x_1, \dots, x_n)} = (x_1 - x_2) \cdots (x_1 - x_n) \cdots (x_{n-1} - x_n),$$

només és invariant quan li apliquem les *permutacions parelles* de les arrels. És a dir, és invariant per a tota permutació del *grup alternat*  $\mathfrak{A}_n$ , que és un subconjunt propi del grup  $\mathfrak{S}_n$ . Una permutació és *parella* si el nombre de *transposicions* —d'intercanvis entre dos elements diferents— que cal per retornar el resultat de la permutació a l'ordre inicial  $\{1, \dots, n\}$  és parell. És fàcil constatar que el grup alternat  $\mathfrak{A}_n$  és un *subgrup* del grup  $\mathfrak{S}_n$ .

Amb aquesta definició de funció discriminant d'una equació polinòmica, la que correspon a l'equació de segon grau  $X^2 + bX + c = 0$  és:

$$\Delta(x_1, x_2) = (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = b^2 - 4c.$$

Coincideix, doncs, amb el que usualment s'anomena el discriminant de l'equació de segon grau. Òbviament,

$$\delta(x_1, x_2) = \sqrt{b^2 - 4c} = x_1 - x_2.$$

Indiquem, de passada, que  $\Delta(x_1, x_2)$  s'anomena el discriminant de l'equació quadràtica  $X^2 + bX + c = 0$ , perquè permet *discriminar* les equacions que tenen dues arrels reals diferents, les que en tenen una de doble, i les que en tenen dues de complexes conjugades.

Ara és lícit que ens preguntem:

*Què passa si busquem el discriminant de la cúbica? I si busquem el de la quàrtica?*

Què passa, per exemple, si calculem

$$\Delta = (x_1 - x_2)^2 (x_2 - x_3)^2 (x_3 - x_1)^2,$$

on  $x_1, x_2, x_3$  són les tres arrels complexes de la cúbica  $X^3 + pX + q = 0$ ? Ho veurem més endavant!

**§ 7. Com lliguen l'àlgebra i la trigonometria?** Per un moment, fixarem la nostra atenció en alguns dels lligams que hi ha entre l'àlgebra i la trigonometria, qüestions que van atreure l'atenció de l'eminent geòmetra francès François Viète [1540–1603].

- El problema de la *prostafèresis* —convertir productes en sumes— el va portar a la identitat trigonomètrica:

$$2 \cos mx \cos nx = \cos(m - n)x + \cos(m + n)x.$$

- A *Ad angulares sectiones theoremata...* [1579] establí:

$$\begin{aligned} 2 \cos x &= u, \\ 2 \cos 2x &= u^2 - 2, \\ 2 \cos 3x &= u^3 - 3u, \\ 2 \cos 4x &= u^4 - 4u^2 + 2, \\ 2 \cos 5x &= u^5 - 5u^3 + 5u, \\ \vdots &\quad \quad \quad \vdots \end{aligned}$$

I les anàlogues per a  $2 \sin nx$ ,  $n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$

- La tercera de les relacions de la llista anterior la podem escriure en la forma:

$$Z^3 - \frac{3}{4}Z - \frac{1}{4}\cos 3\theta = 0, \quad (*)$$

amb  $Z = \cos \theta$ . Obté una *cúbica irreductible*.

Donada la cúbica irreductible  $X^3 = pX + q$  ( $p, q > 0$ ), i fent  $X = nZ$ , obté:

$$Z^3 - \frac{p}{n^2}Z - \frac{q}{n^3} = 0. \quad (**)$$

Comparant (\*) i (\*\*), troba les relacions:  $\frac{p}{n^2} = \frac{3}{4}$ ,  $\frac{q}{n^3} = \frac{1}{4}\cos 3\theta$ . De la irreductibilitat de la cúbica en resulta que  $4\frac{q}{n^3} < 1$ . Això li permet trobar un angle  $\theta$  que  $\cos 3\theta = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{p^3}{27}} = 4\frac{q}{n^3} < 1$ .

Aquest mètode l'aplica a l'equació  $X^3 = 15X + 4$ . Llavors,  $n = 2\sqrt{5}$ ,  $\cos 3\theta = \frac{2}{5\sqrt{5}}$ . D'ací que  $\cos \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$ . D'on:  $x = n \cos \theta = 4$ , com era d'esperar. Amb una simple manipulació trigonomètrica, obté:

$$\cos(\theta + 120^\circ) = -\frac{2 + \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}, \cos(\theta + 240^\circ) = -\frac{2 - \sqrt{3}}{2\sqrt{5}}.$$

Les altres dues arrels de la cúbica són, doncs:  $-2 \pm \sqrt{3}$ .

- Donà les 23 arrels positives —no acceptava les negatives— de l'equació sofisticada, plantejada l'any 1593 per Adriaen van Roomen [1561–1615]:

$$X^{45} - 45X^{43} + 945X^{41} - 12300X^{39} + 111150X^{37} - 740259X^{35} + 3764565X^{33} - 14945040X^{31}$$

$$\begin{aligned}
&+46955700 X^{29} - 117679100 X^{27} + 236030652 X^{25} \\
&-378658800 X^{23} + 483841800 X^{21} - 488494125 X^{19} \\
&+384942375 X^{17} - 232676280 X^{15} + 105306075 X^{13} \\
&-34512075 X^{11} + 7811375 X^9 - 1138500 X^7 \\
&+95634 X^5 - 3795 X^3 + 45 X = \gamma,
\end{aligned}$$

tot indicant que la constant  $\gamma$  havia de complir  $\gamma \leq 2$ . Féu,  $\gamma = 2 \sin 45^\circ$ ,  $\gamma_1 = 2 \sin 15^\circ$ ,  $\gamma_2 = 2 \sin 5^\circ$ , i  $X = 2 \sin \theta$ , i obtingué  $\gamma = 3 \gamma_1 - \gamma_1^3$ ,  $\gamma_1 = 3 \gamma_2 - \gamma_2^3$ ,  $\gamma_2 = 5 X - 5 X^3 + X^5$ . Per tant,

$$\begin{aligned}
\gamma &= 3(3 \gamma_2 - \gamma_2^3) - (3 \gamma_2 - \gamma_2^3)^3 = \\
&= 9(5 X - 5 X^3 + X^5) - 3(5 X - 5 X^3 + X^5)^3 - \\
&\quad - \{3(5 X - 5 X^3 + X^5) - (5 X - 5 X^3 + X^5)^3\}^3.
\end{aligned}$$

**§ 8. Una curiositat aritmètica dels nombres complexos.** En el món dels *nombres complexos*, en relació amb les operacions aritmètiques, cal preguntar-se:

*Ha canviat quelcom?*

L'any 1707, Abraham de Moivre [1667–1754] demostra una fórmula molt notable, que ja havia estat intuïda abans per François Viète, per Gottfried W. Leibniz [1646–1716], i per Roger Cotes [1682–1716]. De fet, depèn de les propietats de les línies trigonomètriques.

La *fórmula de De Moivre* estableix que

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n \theta + i \sin n \theta.$$

*Ha canviat*, doncs, *el comportament de la potència* i, de retruc, el de *l'extracció de les arrels  $n$ -èsimes*. Cotes, de Moivre, i Leonhard Euler [1707–1783] la reescruien en la forma exponencial següent:

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta,$$

que avui tothom coneix amb el nom de *fórmula d'Euler*.

Una conseqüència simple de la fórmula de De Moivre diu:

Tot nombre complex té  $n$  arrels  $n$ -èsimes complexes.

En particular, el nombre 1 té  $n$  arrels  $n$ -èsimes complexes. Són les *arrels  $n$ -èsimes de la unitat*.

Ara bé, les arrels  $n$ -èsimes de la unitat són, precisament, els vèrtexs del polígon regular de  $n$  costats. És a dir, trobar les arrels  $n$ -èsimes de la unitat equival a trobar les arrels complexes de l'equació  $X^n - 1 = 0$ . I això, interpretat geomètricament, equival a fer un polígon regular de  $n$  costats. Amb els nombres complexos, l'àlgebra ens retorna a la geometria. L'àlgebra il·lumina un lloc que estava fosc. I aquest resultat confirma, en un cas particular, el teorema fonamental de l'àlgebra.

En el món dels nombres complexos, l'equació  $X^n - 1 = 0$  la sabem resoldre trigonomètricament. No és estrany que els matemàtics es plantegessin la possibilitat de resoldre-la algebàricament. I així, l'any 1716, Cotes establia el resultat que avui coneixem amb el nom de *propietat de Cotes de la circumferència*:

Siguin  $A_0, A_1, \dots, A_{n-1}, n$  punts equidistants d'una circumferència de centre  $O$ . Sigui  $P$  un punt que es trobi damunt del radi  $OA_0$ . Aleshores, si fem  $OP = x$ , resulta que

$$PA_0 \cdot PA_1 \cdots PA_{n-1} = 1 - x^n.$$

Aleshores, per simetria,

$$PA_0 \cdot PA_1 \cdots PA_{n-1} = \begin{cases} PA_0 \cdot PA_1^2 \cdots PA_{\frac{n-1}{2}}^2, & n \neq 2, \\ PA_0 \cdot PA_1^2 \cdots PA_{\frac{n}{2}}, & n = 2. \end{cases}$$

Els  $PA_0, PA_{\frac{n}{2}}$  són lineals, i els  $PA_k^2, k \neq 0, \frac{n}{2}$ , satsifan l'equació:  $PA_k^2 = 1 - 2X \cos \frac{2k\pi}{n} + X^2$ . En resulta que el polinomi  $1 - X^n$  descompon en factors lineals o quadràtics.

Aquests èxits van fer que Ehrenfreid Walter Tschirnhausen [1651–1708] i Alexandre-Théophile Vandermonde [1715–1796], entre d'altres, intentessin reduir la resolució d'una equació polinòmica arbitrària de grau  $n$  a una equació de la forma  $X^n \pm a = 0$ .

**§ 9. Un resultat apassionant i genial.** Ara la pregunta és una pregunta de retorn:

*Pot ser que l'àlgebra sigui prou lluminosa per proporcionar-nos intuïcions de geometria?*

Abans del segle III a.C., els matemàtics grecs —com podem constatar en els *Elements* d'Euclides— sabien construir, amb regla i compàs, el triangle equilàter, el quadrat, i els polígons regulars de cinc i quinze costats. I també sabien construir —atès que sabien dividir un angle per la meitat— tots els polígons que s'obtenien doblant el nombre de costats d'un polígon regular ja construït. La qüestió és, doncs:

*Què passa amb els altres polígons regulars: l'heptàgon, l'eneàgon, el d'onze costats, etc.?*

Més encara,

*Hi ha d'altres polígons regulars construïbles amb regla i compàs?*

Que jo sàpiga aquesta pregunta no se l'havia fet mai

ningú. Ni cap geòmetra, ni cap dibuixant, ni cap filòsof. El primer a fer-se-la va ser Carl Friedrich Gauss quan tenia divuit anys.

Per simplificar l'exposició, suposarem que  $n$  és primer. I, per comprendre millor la qüestió, començarem amb els dos casos que ja eren ben coneguts pels geòmetres grecs.

- Fer el triangle equilàter equival a trobar les arrels complexes de l'equació  $X^3 - 1 = 0$ . Són:

$$\theta_k = \cos \frac{2k\pi}{3} + i \sin \frac{2k\pi}{3}, k = 0, 1, 2.$$

L'arrel  $\theta_0 = 1$  i, per la simetria del triangle equilàter,  $\overline{\theta_1} = \theta_2 = \theta_1^{-1}$ . És a dir, cada arrel 3-èsima, no trivial, de la unitat té com a inversa la seva conjugada. Les arrels no trivials estan aparellades de dos en dos. Coneixem la suma i el producte de  $\theta_1$  i  $\theta_2$ :

$$\theta_1 + \theta_2 = 2 \cos \frac{2\pi}{3} = -1, \theta_1 \theta_2 = 1.$$

Per tant,  $\theta_1$  i  $\theta_2$  són les arrels de l'equació quadràtica  $X^2 + X + 1 = 0$ . En conseqüència, són construïbles amb regla i compàs.

- Fer el pentàgon regular equival a trobar les arrels complexes de l'equació  $X^5 - 1 = 0$ . Són:

$$\theta_k = \cos \frac{2k\pi}{5} + i \sin \frac{2k\pi}{5}, k = 0, 1, 2, 3, 4.$$

L'arrel  $\theta_0 = 1$  i, per la simetria del pentàgon,  $\overline{\theta_1} = \theta_4 = \theta_1^{-1}$ ,  $\overline{\theta_2} = \theta_3 = \theta_2^{-1}$ . És a dir, cada arrel 5-èsima, no trivial, de la unitat té com a inversa la seva conjugada. Les arrels no trivials estan aparellades de dos



en dos. De cada parella, en coneixem la suma i el producte:

$$\theta_1 + \theta_4 = 2 \cos \frac{2\pi}{5}, \quad \theta_1 \theta_4 = 1;$$

$$\theta_2 + \theta_3 = 2 \cos \frac{4\pi}{5}, \quad \theta_2 \theta_3 = 1.$$

La diferència amb el cas anterior és que, ara, no sabem si els nombres  $\cos \frac{2\pi}{5}$ ,  $\cos \frac{4\pi}{5}$  són construïbles amb regla i compàs. Saber-ho equival precisament a saber que el pentàgon ho és. Per esbrinar-ho, fem  $z_1 = \theta_1 + \theta_4$ ,  $z_2 = \theta_2 + \theta_3$ , i calculem  $z_1 + z_2$ ,  $z_1 z_2$ . Obtenim:

$$z_1 + z_2 = \theta_1 + \theta_2 + \theta_4 + \theta_3 = -1,$$

$$z_1 z_2 = \theta_3 + \theta_4 + \theta_1 + \theta_2 = -1.$$

Per tant,  $z_1, z_2$  són les arrels de l'equació quadràtica  $X^2 + X - 1 = 0$ . D'on en resulta que  $\cos \frac{2\pi}{5}$ ,  $\cos \frac{4\pi}{5}$  són construïbles amb regla i compàs. I, de retruc,  $\theta_1$  i  $\theta_4$ ;  $\theta_2$  i  $\theta_3$ . Per tant, el pentàgon és construïble amb regla i compàs.

Ara ens plantegem el cas de l'heptàgon. Equival a trobar les arrels complexes de l'equació  $X^7 - 1 = 0$ . Són:

$$\theta_k = \cos \frac{2k\pi}{7} + i \sin \frac{2k\pi}{7}, k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.$$

L'arrel  $\theta_0 = 1$  i, per la simetria de l'heptàgon,  $\overline{\theta_1} = \theta_6 = \theta_1^{-1}$ ,  $\overline{\theta_2} = \theta_5 = \theta_2^{-1}$ , i  $\overline{\theta_3} = \theta_4 = \theta_3^{-1}$ . Cada arrel 7-èsima, no trivial, de la unitat és la inversa de la seva conjugada. Tenim doncs les arrels no trivials aparellades de dos en dos. En coneixem la suma i el producte. Per exemple,  $\theta_1 + \theta_6 = 2 \cos \frac{2\pi}{7}$ , i  $\theta_1 \theta_6 = 1$ . Per tant,  $\theta_1$  i  $\theta_6$  es poden trobar per mitjà d'una equació de segon grau. Passa el mateix amb les altres parelles. Aquest resultat es

deu a Roger Cotes [1682–1716]. Si poguéssim demostrar que  $\cos \frac{2\pi}{7}$  és construïble amb regla i compàs, l'heptàgon també ho fóra. Però saber-ho equival precisament a saber que l'heptàgon ho és. La porta es tanca al mateix temps que s'obre.

La qüestió és, doncs:

*Quan podem aconseguir aparellaments d'arrels d'equacions ciclotòmiques de manera que en coneguem, de cada parella, la suma i el producte?*

Això és el que va aconseguir provar, a l'edat de divuit anys, Gauss, per a  $n = 2^4 + 1 = 17$ , i després va aconseguir generalitzar-ho per a tot *nombre primer de Fermat*  $p := F_k$ , és a dir, de la forma  $F_k = 2^{2^k} + 1$ , primer.

Considerem, doncs, el cas de l'heptadecàgon, que correspon a  $n = 17 = 2^{2^2} + 1$ . Els vèrtexs són les arrels complexes del polinomi  $X^{17} - 1 = 0$ . Prescindim de  $\theta_0$ . Queden les setze arrels:  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6, \theta_7, \theta_8, \theta_9, \theta_{10}, \theta_{11}, \theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{14}, \theta_{15}, \theta_{16}$ , que Gauss aparella de la forma següent:

$$\theta_1, \theta_{-1} | \theta_4, \theta_{-4} | \theta_2, \theta_{-2} | \theta_8, \theta_{-8} / \theta_6, \theta_{-6} | \theta_7, \theta_{-7} | \theta_5, \theta_{-5} | \theta_3, \theta_{-3}.$$

Aleshores fa

$$\begin{aligned} u_1 &= \theta_1 + \theta_{-1} + \theta_4 + \theta_{-4} + \theta_2 + \theta_{-2} + \theta_8 + \theta_{-8}; \\ u_2 &= \theta_6 + \theta_{-6} + \theta_7 + \theta_{-7} + \theta_5 + \theta_{-5} + \theta_3 + \theta_{-3}. \end{aligned}$$

Observa que  $u_1 + u_2 = -1$ ,  $u_1 u_2 = -4$ . Per tant,  $u_1, u_2$  es poden aconseguir amb regla i compàs. Un cop aconseguits, considera  $v_1 = \theta_1 + \theta_{-1} + \theta_4 + \theta_{-4}$ ;  $v_2 = \theta_2 + \theta_{-2} + \theta_8 + \theta_{-8}$ ;  $v_3 = \theta_6 + \theta_{-6} + \theta_7 + \theta_{-7}$ ;  $v_4 = \theta_5 + \theta_{-5} + \theta_3 + \theta_{-3}$ . Observa que  $v_1 + v_2 = u_1$ ,  $v_1 v_2 = -1$ . Això permet trobar  $v_1, v_2$  amb regla i compàs, perquè  $u_1$  ja s'ha acon-

seguit. Segueix amb  $v_3, v_4$ . Després considera  $\omega_1 = \theta_1 + \theta_{-1}$ ;  $\omega_2 = \theta_4 + \theta_{-4}$ ; etc. i observa que  $\omega_1 + \omega_2 = v_1$ , i  $\omega_1 \omega_2 = v_4$ . Per tant s'obtenen amb regla i compàs. Ara ja pot aconseguir  $\omega_1$  i  $\omega_{-1}$ . I així amb les altres arrels.

Heus aquí com, d'una intuïció inicialment geomètrica, els matemàtics s'havien fet preguntes que, en l'àmbit de la geometria, eren fosques. Calia un punt de llum. Aquest punt de llum els el proporcionà l'àlgebra. La informació que rep el matemàtic quan estudia àlgebra li serveix per retornar a la geometria, i il·luminar el que, en un principi, era fosc.

**§ 10. Existir i ser calculable: les resolvents de Lagrange.** El teorema de d'Alembert estableix que tota equació polinòmica de grau  $n$  té  $n$  arrels complexes. La pregunta que cal fer-se és ben natural.

*Com podem calcular les arrels d'una equació polinòmica?*

Sorgeix un problema realment notable, molt més corrent del que se sol pensar. Sabem que tot polinomi  $P(X) \in \mathbb{R}[X]$ , de grau  $n$ , té  $n$  arrels complexes. Però la qüestió és:

*Sabem trobar-les per mitjà d'una fórmula estàndard?*

És a dir, disposem d'un *algorithme* per a calcular-les, com succeïa amb les equacions de segon, de tercer, i de quart grau? Els matemàtics de l'islam que, d'alguna manera, són els pares de l'àlgebra de les equacions polinòmiques creien que no existia cap algorithme per resoldre la cúbica general, i molt menys les de grau superior. Aquesta opinió la trobem també a Occident, expressada per Luca

Pacioli [1445–1517] l'any 1494.

Com hem vist, s'equivocaven. La cúbica i la quàrtica, són resolubles per mitjà d'algorismes. I tots aquests algorismes són del mateix tipus. Permeten obtenir les arrels a partir dels coeficients del polinomi, de les quatre operacions aritmètiques elementals —la suma, la resta, la multiplicació, i la divisió—, i de l'extracció d'arrels. Són el que avui en diem *resolucions per radicals*.

Per comprendre el joc, l'any 1777, Joseph-Louis Lagrange [1736–1813] emprà el *mètode de generalització*, un dels mètodes que cal transmetre quan s'ensenya qualsevol disciplina, sobretot si és científica. Començà per analitzar amb profunditat què és el que feien els matemàtics quan resolien les cúbiques i les quàrtiques. Així obtindria, creia, prou intuïcions per poder anar, amb les espatlles ben carregades d'intuïcions, allà on era la quintica. S'adonà que, en ambdós casos, calia recórrer a una equació auxiliar, la *resolvent*. La resolvent de la cúbica és de segon grau. Això li permetia resoldre-la. La resolvent de la quàrtica, de tercer grau, i això li permetia també resoldre-la. I es va preguntar:

Per què no apliquem el mateix mètode a la quintica?

Només calia trobar la resolvent i resoldre-la. Però, en el cas de la quintica, resultava que el mètode comportava un problema. La resolvent era de sisè grau i no la sabia resoldre. Això l'impedia trobar el que buscava: *un mètode estàndard de resolució de la quintica*.

La idea de Lagrange és la següent. Siguin  $x_1, x_2, x_3$  les tres arrels *desconegudes* de la cúbica  $X^3 + pX + q = 0$ . El mètode de Tartaglia-Cardano, aplicat al món dels

nombres complexos, li proporciona les tres arrels:

$$x_1 = \sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B}, \quad x_2 = \omega \sqrt[3]{A} + \bar{\omega} \sqrt[3]{B}, \quad x_3 = \bar{\omega} \sqrt[3]{A} + \omega \sqrt[3]{B},$$

on  $\omega = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\bar{\omega} = \omega^2 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$  són les dues arrels cúbiques no trivials de la unitat. Considera la suma  $y = \frac{1}{3}(x_1 + \omega x_2 + \bar{\omega} x_3)$  i calcula *totes* les expressions que s'obtenen quan es *permuten* les arrels de *totes* les maneres possibles. És a dir, fa actuar sobre  $y$  els elements del grup simètric  $\mathfrak{S}_3$ . Obté les sis expressions següents:

$$y_1 = x_1 + \omega x_2 + \bar{\omega} x_3 = \sqrt[3]{B},$$

$$y_2 = x_1 + \omega x_3 + \bar{\omega} x_2 = \sqrt[3]{A},$$

$$y_3 = x_2 + \omega x_1 + \bar{\omega} x_3 = \omega y_2,$$

$$y_4 = x_2 + \omega x_3 + \bar{\omega} x_1 = \bar{\omega} y_1,$$

$$y_5 = x_3 + \omega x_1 + \bar{\omega} x_2 = \omega y_1,$$

$$y_6 = x_3 + \omega x_2 + \bar{\omega} x_1 = \bar{\omega} y_2.$$

La *resolvent* de la cúbica és l'equació que té com arrels tots els valors que s'obtenen després d'haver efectuat totes les permutacions. Però Lagrange s'adonà d'un fet realment notable:

Els cubs  $y_i^3$  de les  $y_i$ , quan  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ , només prenen dos valors.

És a dir,  $y_i^3$  és igual a  $A$  o a  $B$ . El valor  $\varphi_1 = A$  s'obté quan la permutació pertany al grup alternat  $\mathfrak{A}_3$ ; el valor  $\varphi_2 = B$ , en els altres casos. Ara és fàcil observar que  $\varphi_1 + \varphi_2 = -q$ ,  $\varphi_1 \varphi_2 = -\frac{1}{27}p^3$ . De fet,  $\varphi_1 + \varphi_2, \varphi_1 \varphi_2$  són funcions simètriques de les arrels  $x_1, x_2, x_3$ . Pel teorema fonamental de les funcions simètriques han de ser expressables polinòmicament en funció de  $p, q$ . D'això en resulta que  $A$  i  $B$  són les arrels de l'equació de segon grau

$Y^2 + qY - \frac{p^3}{27} = 0$ . Un cop trobades les solucions d'aquesta equació de segon grau, és ben fàcil trobar  $x_1, x_2, x_3$ .

La metodologia de Lagrange és, doncs, la següent. Donada una equació polinòmica  $P(X) = 0$ , cal determinar una funció  $\varphi = \varphi(x_1, \dots, x_n)$  que, en ser transformada pels elements  $\sigma \in \mathfrak{S}_n$ , prengui el mínim de valors possibles. Aleshores cal considerar la *resolvent*

$$Q(Y) = (Y - \varphi_1) \cdots (Y - \varphi_m), \text{ amb } m \leq n!,$$

de manera que les funcions simètriques elementals, de  $Q(Y)$ ,  $\sigma_k(\varphi_1, \dots, \varphi_m)$ , amb  $k = 1, \dots, m$ , fossin funcions simètriques de les arrels  $x_1, \dots, x_n$  de l'equació polinòmica  $P(X) = 0$ .

En el cas de la quàrtica  $X^4 + pX^2 + qX + r = 0$ , Lagrange considerarà la funció  $\varphi = x_1x_2 + x_3x_4$  perquè, a l'aplicar-li les vint-i-quatre permutacions possibles, només prenen tres valors diferents:

$$\varphi_1 = x_1x_2 + x_3x_4, \varphi_2 = x_1x_3 + x_2x_4, \varphi_3 = x_1x_4 + x_2x_3.$$

La resolvent és, doncs, l'equació cúbica:

$$Y^3 - (\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3)Y^2 + (\varphi_1\varphi_2 + \varphi_2\varphi_3 + \varphi_1\varphi_3)Y - \varphi_1\varphi_2\varphi_3 = 0.$$

És clar que  $\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3, \varphi_1\varphi_2 + \varphi_2\varphi_3 + \varphi_1\varphi_3, \varphi_1\varphi_2\varphi_3$  són funcions simètriques de  $x_1, x_2, x_3, x_4$ . Aplicant els lligams existents entre les arrels  $x_1, x_2, x_3, x_4$  i els coeficients  $p, q, r$  de la quàrtica, resulta que  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  són les arrels de la cúbica  $Y^3 - pY^2 - 4rY + (4pr - q^2) = 0$ .

Així fou com Lagrange introduí les *permutacions* o *moviments* de les arrels d'un polinomi dins la teoria de la resolució d'equacions. Com hem vist, s'adonà que hi havia certes expressions algèbriques de les arrels de l'equació

inicial que, per permutació de les arrels, prenen menys valors dels que inicialment hauríem esperat trobar.

L'any 1815, Cauchy recuperaria aquesta idea tot relacionant-la, però, amb el discriminant definit abans. Ja hem vist com Gauss, fent una *certa permutació* de les arrels, aconseguia provar que el polígon regular de disset costats és construïble amb regla i compàs.

**§ 11. Maleïda quintica!** Però malgrat tots els seus esforços, quan Lagrange aplicava el seu mètode a la quintica, la resolvent que obtenia era sempre una equació polinòmica més complexa que la quintica que calia resoldre. Això l'impedí trobar una expressió amb radicals que servís per resoldre la quintica.

L'any 1799, Paolo Ruffini [1765–1822], que admirava l'obra de Lagrange, donà la primera demostració de la *impossibilitat* que una quintica sigui resoluble per radicals. Aquest resultat seria establert de forma definitiva, sense llacunes, per Niels Henrik Abel [1802–1829], la primavera de 1824, quan tenia vint-i-dos anys.

El resultat d'Abel es basa essencialment en el teorema fonamental de les funcions simètriques i en el *teorema d'Abel* següent:

Si una arrel de l'equació  $P(X) = 0$ , irreductible en  $\mathbb{Q}[X]$ , és també l'arrel d'un polinomi  $Q(X) \in \mathbb{Q}[X]$ , aleshores *totes* les arrels de  $P(X) = 0$  són arrels de  $Q(X) = 0$ .

De retruc,  $Q(X) = P(X) \cdot Q_1(X)$ , on  $Q_1(X) \in \mathbb{Q}[X]$ .

Tanmateix, Abel no s'acontenta amb aquest resultat i planteja preguntes noves:

1. *Com podem trobar les quíntiques resolubles per radicals?*
2. *Com podem trobar un criteri per saber si una quíntica és o no resoluble per radicals?*

La mort prematura, per causa de la tisi als vint-i-set anys, li va impedir de trobar-ne la resposta. La seva memòria mai no fou presentada, per la negligència de Cauchy, davant l'Académie. Tanmateix, li fou concedit, conjuntament amb Jacobi, el «Prix de mathématiques» al qual també optava Galois.

La raó que portà Abel a fer-se aquesta pregunta és fàcil d'entendre. Totes les expressions de caire algebàric aconseguïdes per resoldre equacions eren d'aquesta mena. Per tant, era lògic preguntar-se per aquest tipus d'algorismes. Ara bé, la quíntica, en general, no és resoluble per radicals. Malgrat tot hi ha quíntiques que ho són. Per exemple, la quíntica  $X^5 - 1 = 0$  —que proporciona els cinc vèrtexs del pentàgon regular— és resoluble per radicals, d'acord amb el mètode de Gauss. A més, les solucions són construïbles amb regla i compàs. Així doncs,

*Quines quíntiques són resolubles per radicals i quines, no? Com podem saber-ho?*

Aquesta era la situació, quan intervingué Évariste Galois. Sabem que coneixia l'obra de Lagrange i la de Cauchy, però quan trobà els primers resultats desconeixia les aportacions d'Abel, que descobriria més tard.

Ara és quan Galois pot oferir la seva idea genial. Allò que dóna raó de la resolubilitat o no resolubilitat del po-



linomi és la naturalesa del conjunt —de fet, del grup— de totes les permutacions de les arrels del polinomi que estem analitzant, que respecten els *l·ligams estructurals* en un sentit que cal precisar. Trasllada així un problema relatiu al polinomi a un altre indret. L'indret dels *conjunts de permutacions estructurals*. És en aquest indret on hi ha prou llum per veure-hi clar. Aquests conjunts de permutacions estructurals són grups —de fet són subgrups del grup de totes les permutacions possibles de les arrels. Quina gran semblança, i alhora quina enorme diferència, amb el cas dels polígons i els políedres regulars. Però, en ambdós casos, cal una teoria nova: la *teoria de grups de transformacions*. Això fou el que Évariste Galois creà. S'inventà el concepte de *grup* —ja intuït per Cauchy—, el concepte de *subgrup*, de *subgrup normal*, de *grup resoluble*, de *grup simple*, etc. És a dir, fabricà un món d'*estructures algèbriques* que li permetia respondre definitivament un problema ben antic: *la resolució numèrica en el món dels nombres complexos de les equacions polinòmiques*.

Amb aquesta presentació final el que pretenc és posar de manifest l'enorme *qualitat d'abstracció* que, tan jove com era, aconseguí Évariste Galois. Un treball d'una maduresa intel·lectual tan gran que molts matemàtics, molt més madurs en edat i formació que el jove romàntic francès, no hem aconseguit comprendre mai amb tota la seva profunditat. Així doncs, malgrat el risc que corro de fer-me un xic pesat no puc deixar de posar de manifest la mena d'idees que hi ha dessota del pensament del jove, romàntic, apassionat, revolucionari i matemàtic, Évariste Galois.

**§ 12. Gauss i les permutacions.** Abans d'exposar les intuïcions de Galois, per tal de fer-les més entenedores,

serà bo de reprendre el cas de l'heptadecàgon de Carl Friedrich Gauss.

Per entendre-ho millor, veurem amb tota mena de detalls què és el que passa amb el pentàgon i amb l'heptàgon. En constatarem les analogies i les diferències. Un cop ho haguem vist en aquests cassos, ho estendrem ràpidament a l'heptadecàgon.

**El pentàgon.** Les arrels no trivials són  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ . Considerem ara una permutació  $P$  que generi un grup d'ordre màxim, on l'*ordre d'un grup* és el nombre d'elements que té. Per exemple, fem  $P = (1, 2, 4, 3)$ . Considerem la taula següent:

Permutació que s'aplica a l'ordenació original	Resultat de la permutació de les arrels
$P = (1, 2, 4, 3)$	$\theta_2, \theta_4, \theta_1, \theta_3$
$P^2 = (1, 4)(2, 3)$	$\theta_4, \theta_3, \theta_2, \theta_1$
$P^3 = (1, 3, 4, 2)$	$\theta_3, \theta_1, \theta_4, \theta_2$
$P^4 = \text{Identitat}$	$\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$

El símbol  $(1, 2, 4, 3)$  indica la permutació  $\theta_1 \mapsto \theta_2 \mapsto \theta_4 \mapsto \theta_3 \mapsto \theta_1$ , el símbol  $(1, 4)(2, 3)$  indica la que s'obté aplicant primer la transposició  $(2, 3)$ :  $\theta_1 \mapsto \theta_1, \theta_2 \mapsto \theta_3 \mapsto \theta_2, \theta_4 \mapsto \theta_4$  i després la transposició  $(1, 4)$ :  $\theta_1 \mapsto \theta_4 \mapsto \theta_1, \theta_2 \mapsto \theta_2, \theta_3 \mapsto \theta_3$  i, finalment, la juxtaposició indica la composició.

La permutació  $P$  genera el grup abelià  $\mathbf{G} = \langle \text{Id}, P, P^2, P^3 \rangle$ , la permutació  $P^2$  genera el grup  $\mathbf{H} = \langle \text{Id}, P^2 \rangle$ , i la permutació  $P^4$  genera el grup trivial  $\mathbf{I} = \langle \text{Id} \rangle$ . Cada un d'ells és un subgrup de l'anterior. D'on en sorgeix la cadena de grups:

$$\mathbf{G} \supseteq \mathbf{H} \supseteq \mathbf{I}.$$

L'ordre de cada subgrup és la meitat de l'ordre del grup precedent. El quocient d'un grup pel subgrup immediat dona el grau de l'equació irreductible associada. En tots els casos, el grau és 2. Ara hem de considerar les extensions de cossos corresponents. El primer cos és  $\mathbb{Q}$ , el segon conté totes les arrels que són *invariants* per  $\mathbf{H}$  i *conjugades* per  $\mathbf{G}$ —aquelles que les permutacions de  $\mathbf{H}$  deixa fixes i, en canvi, les permutacions de  $\mathbf{G}$  transforma les unes en les altres. Cada una de les arrels del primer polinomi genera un polinomi de segon grau, les arrels del qual són invariants pels elements del grup  $\mathbf{I}$ , i conjugades pels elements del grup  $\mathbf{H}$ .

Així associem equacions als grups generats per les permutacions anteriors:

Generador	Grup generat	Equació associada	Arrels de l'equació
$P$	$\mathbf{G}$	$Y + 1 = 0$	$y = -1$
$P^2$	$\mathbf{H}$	$Z^2 + Z - 1 = 0$	$z_1 = \theta_1 + \theta_4$ $z_2 = \theta_2 + \theta_3$
$P^4$	$\mathbf{I}$	$X^2 - z_1 X + 1 = 0$ $X^2 - z_2 X + 1 = 0$	$\theta_1, \theta_4$ $\theta_2, \theta_3$

Tenim tres cossos:

$$\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{Q}(z_1, z_2) \subseteq \mathbb{Q}(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4).$$

Notem que  $\mathbb{Q}(z_1) = \mathbb{Q}(z_2) = \mathbb{Q}(z_1, z_2)$ , atès que  $z_1^2 = z_2 + 2$ , i que  $\mathbb{Q}(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4) = \mathbb{Q}(\theta_1)$ , on  $\theta_4 = \theta_1^{-1}$ ,  $\theta_3 = \theta_2^{-1}$  i  $z_2 = \theta_2 + \theta_3$ .

De fet, cal que  $P$  transformi  $z_1$  en  $z_2$  i  $z_2$  en  $z_1$ , mentre que  $P^2$  les manté fixes. Per tant,  $z_1 = \theta_1 + \theta_4$ ,  $z_2 = \theta_2 + \theta_3$ . Ara bé,

$$\begin{aligned} z_1 + z_2 &= \theta_1 + \theta_4 + \theta_2 + \theta_3 = -1 \\ z_1 z_2 &= \theta_3 + \theta_4 + \theta_1 + \theta_2 = -1. \end{aligned}$$

D'on  $z_1, z_2$  són les arrels de  $Z^2 + Z - 1 = 0$ .

Ara volem que  $P^2$  les intercanviï i  $P^4$  les deixi fixes. Així,  $\theta_1, \theta_4; \theta_2, \theta_3$  són les dues úniques possibilitats. Si fem, per exemple,

$$\begin{aligned}\theta_1 + \theta_4 &= z_1 \\ \theta_1 \theta_4 &= 1\end{aligned}$$

veiem que són les arrels de  $X^2 - z_1 X + 1 = 0$ . Anàlogament,  $\theta_2, \theta_3$ , ho són de  $X^2 - z_2 X + 1 = 0$ .

**L'heptàgon.** Sigui  $P = (1, 3, 2, 6, 4, 5)$ . Considerem el grup  $\mathbf{G}$ , generat per  $P$ ,  $\mathbf{G} = \langle \text{Id}, P, P^2, P^3, P^4, P^5 \rangle$ , on  $P^2 = (1, 2, 4)(3, 6, 5)$ ,  $P^3 = (1, 6)(2, 5)(3, 4)$ ,  $P^4 = (1, 4, 2)(3, 5, 6)$ ,  $P^5 = (1, 5, 4, 6, 2, 3)$  i  $P^6 = \text{Id}$ . Ara les coses canvien lleugerament. El grup  $\mathbf{G}$  admet dos subgrups: el subgrup  $\mathbf{H}_1$ , generat  $P^2$ , i el subgrup  $\mathbf{H}_2$ , generat  $P^3$ . Finalment, amddós, admeten el subgrup  $\mathbf{I}$ .

Amb la tria  $\mathbf{G} = \langle P \rangle \supseteq \mathbf{H}_1 = \langle P^2 \rangle \supseteq \mathbf{I}$ , tenim que  $z_1 = \theta_1 + \theta_2 + \theta_4$ ,  $z_2 = \theta_3 + \theta_5 + \theta_6$ .

És clar que

$$\begin{aligned}z_1 + z_2 &= -1, \\ z_1 z_2 &= \theta_4 + \theta_6 + 1 + \theta_5 + 1 + \theta_1 + 1 + \theta_2 + \theta_3 = 2.\end{aligned}$$

Són, doncs, les arrels de l'equació quadràtica  $Z^2 + Z + 2 = 0$ . Fixem-nos que l'ordre del grup  $\mathbf{G}$ , sis, dividit per l'ordre del subgrup  $\mathbf{H}_1$ , tres, és dos. Això fa que el grau de l'equació sigui dos.

Les tres arrels  $\theta_1, \theta_2, \theta_4$  satisfan:

$$\begin{aligned}z_1 &= \theta_1 + \theta_2 + \theta_4, \\ z_2 &= \theta_1 \theta_2 + \theta_1 \theta_4 + \theta_2 \theta_4 = \theta_3 + \theta_5 + \theta_6, \\ 1 &= \theta_1 \theta_2 \theta_4.\end{aligned}$$

Per tant, són les arrels de la cúbica —l'ordre de  $\mathbf{H}_1$  dividit per l'ordre de  $\mathbf{I}$ —  $X^3 - z_1 X^2 + z_2 X - 1 = 0$ . Anàlogament,  $X^3 - z_2 X^2 + z_1 X - 1 = 0$  ens proporcionarà les arrels  $\theta_3, \theta_5, \theta_6$ .

Podíem haver fet l'altre alternativa:  $\mathbf{G} = \langle P \rangle \supseteq \mathbf{H}_2 = \langle P^3 \rangle \supseteq \mathbf{I}$ . Aleshores tindríem

$$u_1 = \theta_1 + \theta_6, \quad u_2 = \theta_2 + \theta_5, \quad u_3 = \theta_3 + \theta_4.$$

Òbviament,

$$-1 = u_1 + u_2 + u_3, \quad -2 = u_1 u_2 + u_2 u_3 + u_1 u_3, \quad 1 = u_1 u_2 u_3.$$

Per tant,  $u_1, u_2, u_3$  són les arrels de l'equació de tercer grau  $Z^3 + Z^2 - 2Z - 1 = 0$ . El grau és correcte atesos els ordres del grup  $\mathbf{G}$  i del subgrup  $\mathbf{H}_2$ .

Ara tenim la parella  $\theta_1, \theta_6$ , que compleix  $\theta_1 + \theta_6 = u_1$ ,  $\theta_1 \theta_6 = 1$ . Són, doncs, les arrels de l'equació quadràtica  $X^2 - u_1 X + 1 = 0$ . Anàlogament, per a les altres dues parelles d'arrels  $\theta_2, \theta_5; \theta_3, \theta_4$ .

En cada un dels dos casos, podríem entretenir-nos a buscar les extensions dels cossos corresponents. Obtindríem:

$$\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{Q}(z_1) \subseteq \mathbb{Q}(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6).$$

$$\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{Q}(u_1) \subseteq \mathbb{Q}(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6).$$

La pregunta que cal fer-se ara és la següent:

*És possible d'estendre aquesta metodologia al polígon regular de disset costats, és a dir, l'heptadecàgon?*

**L'heptadecàgon.** La resposta és afirmativa, si agafem, com a exponent, el tres. És a dir, elevem cada arrel  $\theta_i$

al cub. Obtenim la permutació bàsica

$$P = (1, 3, 9, 10, 13, 5, 15, 11, 16, 14, 8, 7, 4, 12, 2, 6).$$

Aleshores:

Generador	Grup generat	Equació associada	Arrels de l'equació
$P$	<b>G</b>	$Y + 1 = 0$	$y = -1$
$P^2$	<b>H</b>	$Z^2 + Z - 4 = 0$	$z_1, z_2$
$P^4$	<b>K</b>	$U^2 - z_1 U - 1 = 0$	$u_1, u_2$
		$U^2 - z_2 U - 1 = 0$	$u_3, u_4$
$P^8$	<b>L</b>	$V^2 - u_1 V - u_3 = 0$ i	$v_1, v_2$
		3 equacions de segon grau anàlogues més.	$v_3, v_4$
			$v_5, v_6$
			$v_7, v_8$
Id	<b>I</b>	$X^2 - v_1 X + 1 = 0$ i	$\theta_1, \theta_{16}$
		7 equacions de segon grau anàlogues més.	$\theta_2, \theta_{15}$
			$\theta_3, \theta_{14},$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

Fixem-nos en què

$$P^2 = (1, 9, 13, 15, 16, 8, 4, 2)(3, 10, 5, 11, 14, 7, 12, 6),$$

$$P^4 = (1, 13, 16, 4)(9, 15, 8, 2)(3, 5, 14, 12)(10, 11, 7, 6),$$

$$P^8 = (1, 16)(13, 4)(9, 8)(15, 2)(3, 14)(5, 12)(10, 7)(11, 6),$$

Això explica perquè Gauss agafa els elements de dos en dos.

**§ 13. Els lligams estructurals de les arrels d'una equació.** De la resposta que donaria Évariste Galois, el que és realment important, com dèiem més amunt, és la profunditat en l'ordre d'abstracció que assoleix. Per

tal de fer-la entenedora, començarem amb la idea dels *lligams estructurals*. És la següent.

Com ja hem dit abans

$$P(X) = (X - x_1)(X - x_2) \cdots (X - x_{n-1})(X - x_n),$$

amb independència de què coneguem el valor de les arrels  $x_1, \dots, x_n$ . Per tant, si permutem les arrels de totes les maneres possibles, el polinomi no s'altera. Cap permutació no afecta el polinomi.

En això els polinomis s'assemblen als políedres regulars. Aquests els podem sotmetre a moviments que els deixin invariants, tot alterant els vèrtexs de lloc. Ara bé, hi ha lligams estructurals. No podem fer qualsevol mena de permutació, només podem fer aquelles que respecten les arestes i les cares.

En el cas dels polinomis, la qüestió és la següent:

*Hi ha permutacions més íntimament vinculades al polinomi? Hi ha **lligams estructurals**, com en el cas dels polígons regulars, o dels políedres regulars?*

La primera dificultat rau en el fet de saber què és el que s'ha de mantenir i què és el que pot canviar. Évariste Galois tingué una idea brillant. Considerar només les permutacions que *permuten les arrels* però deixen fixos els nombres racionals i les quatre operacions algèbriques elementals:  $+$ ,  $-$ ,  $\times$ ,  $\div$ . Podríem dir que són *les permutacions que respecten l'estructura de l'aritmètica i els nombres 0 i 1*. Així apareixen certs lligams estructurals.

Considerem un exemple senzill. El polinomi

$$X^4 - 2X^3 + 4X^2 - 2X + 3 = 0,$$

té quatre arrels. Són  $x_1 = 1 + i\sqrt{2}$ ,  $x_2 = 1 - i\sqrt{2}$ ,  $x_3 = i$ ,  $x_4 = -i$ . És clar que  $x_1 + x_2 = 2$ . Una *permutació estructural* de les arrels deixa fixos els nombres racionals, per tant deixa fix el 2. Considerem la permutació que intercanvia  $x_1$  per  $x_2$  i deixa fixes les arrels  $i$ ,  $-i$ . Veiem que manté la relació anterior, atès que s'obté  $x_2 + x_1 = 2$ . En canvi, si considerem la permutació que intercanvia  $x_1$  i  $x_4$ , tenim que  $x_1 + x_2 = 2$  es converteix en  $x_4 + x_2 = -i + 1 - i\sqrt{2} \neq 2$ . No la podem acceptar perquè no manté fix el valor 2. Volíem que  $x_4 + x_2 = 2$ .

Només podem acceptar els canvis d'arrels que mantenen les operacions i els nombres.

Aquesta permutació vulnera les *condicions estructurals* que imposa el polinomi. Per aquesta raó, cal refusar-la.

**§ 14. La resolució de les equacions  $X^p - a = 0$ .** Per fi hem aconseguit que apareguessin els *grups de permutacions de les arrels dels polinomis* i alguns dels seus subgrups, però restringint-nos a les que mantenen els lligams estructurals. Tanmateix cal preguntar-se:

*És possible aplicar aquesta metodologia a la resolució per radicals?*

D'entrada, cal comprendre el significat de l'expressió *resoldre una equació per radicals*. Sembla adequat pensar que significa saber resoldre equacions del tipus  $X^p - a = 0$ , on l'element  $a$ , que no és una potència  $p$ -ària, és un objecte que, al seu torn, ha estat construït usant radicals. En això seguim el mateix esquema que en la construcció amb regle i compàs. Per tant, tot rau a saber què passa quan volem resoldre  $X^2 - 2 = 0$ ,  $X^3 - 2 = 0$ ,  $X^4 - 3 = 0$ . El tractament és, en principi, general.



Per tractar amb comoditat el cas general  $X^p - a = 0$ , d'entrada considerem el conjunt de les arrels  $p$ -èsimes de  $a$ :  $\Theta_p = \{\theta_k, k = 0, \dots, p-1\}$ . Òbviament,  $\alpha$  és un arrel  $p$ -èsima de  $a$ ,  $\zeta_p$  una arrel  $p$ -èsima, no trivial, de la unitat, i  $\theta_k = \zeta_p^k \alpha$ . De fet, però, és suficient restringir-se al conjunt que s'obté afegint al cos dels coeficients de  $X^p - a = 0$ , els nombres  $\alpha$ , i  $\zeta_p$ , després de tancar-lo per mitjà de les operacions aritmètiques —suma, resta, multiplicació, i divisió— per tal de poder-hi operar aritmèticament. Ens trobem, doncs, novament amb la vella idea de Descartes: l'*extensió del cos* dels coeficients.

Com abans, ho farem en alguns casos particulars, i mirarem de treure'n conseqüències:

- Per resoldre l'equació  $X^2 - 2 = 0$ , hem de considerar l'extensió  $K_2 = \mathbb{Q}(\alpha, \zeta_2) = \mathbb{Q}(\alpha)$ , on  $\alpha = \sqrt{2}$ ,  $\zeta_2 = -1$ . Les arrels són  $\theta_1 = \alpha$ ,  $\theta_2 = -\alpha$ . Disposem, doncs, de dues permutacions: la transposició  $P = (1, 2)$  i la identitat. Per tant, només tenim dos grups:  $\mathbf{H} = \{\text{Id}, P\} \supseteq \mathbf{I} = \{\text{Id}\}$ . L'índex de  $\mathbf{H}$  és 2, que és un nombre primer.
- Per resoldre  $X^3 - 2 = 0$ , hem de considerar el cos  $K_3 = \mathbb{Q}(\alpha, \zeta_3)$ , on  $\alpha = \sqrt[3]{2}$ ,  $\zeta_3 = \omega = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{-3}$ . Ara les coses es compliquen:  $K_3 \supseteq \mathbb{Q}(\alpha) \supseteq \mathbb{Q}$ . En principi, les tres arrels  $\alpha, \alpha\omega, \alpha\bar{\omega}$  admeten sis permutacions, però hi ha problemes. **No totes respecten els lligams estructurals.** Si intercanviem  $\alpha$  per  $\alpha\omega$ , la relació  $\alpha\omega + \alpha\bar{\omega} = -\alpha \in \mathbb{Q}(\alpha)$ , es transforma en  $\alpha\bar{\omega} + \alpha \notin \mathbb{Q}(\alpha)$ . S'ha trencat el lligam estructural. No serveix. Considerem la taula

	Id	$S$	$S^2$	$T$	$S^2 T$	$ST$
Imatge de $\omega$	$\omega$	$\omega$	$\omega$	$\bar{\omega}$	$\bar{\omega}$	$\bar{\omega}$
Imatge de $\alpha$	$\alpha$	$\omega \alpha$	$\bar{\omega} \alpha$	$\alpha$	$\bar{\omega} \alpha$	$\omega \alpha$

Observem com actua, per exemple,  $S^2$ , quan l'apliquem a  $\alpha$ :

$$\begin{aligned} S^2(\alpha) &= S(S(\alpha)) = S(\omega \alpha) = S(\omega)S(\alpha) = \\ &= \omega(\omega \alpha) = \omega^2 \alpha = \bar{\omega} \alpha. \end{aligned}$$

Obtenim el grup  $\mathbf{G} = \{\text{Id}, S, S^2, T, S^2 T, ST\}$ . Els seus elements respecten les equacions  $\alpha^3 = 2, \omega^3 = 1$ . El grup  $\mathbf{G}$  conté el subgrup  $\mathbf{H} = \{\text{Id}, S, S^2\}$ , que té el subgrup  $\mathbf{I} = \{\text{Id}\}$ . La taula del grup és doncs:

	Id	$S$	$S^2$	$T$	$S^2 T$	$ST$
Id	Id	$S$	$S^2$	$T$	$S^2 T$	$ST$
$S$	$S$	$S^2$	Id	$ST$	$T$	$S^2 T$
$S^2$	$S^2$	Id	$S$	$S^2 T$	$ST$	$T$
$T$	$T$	$S^2 T$	$ST$	Id	$S$	$S^2$
$S^2 T$	$S^2 T$	$ST$	$T$	$S^2$	Id	$S$
$ST$	$ST$	$T$	$S^2 T$	$S$	$S^2$	Id

El grup  $\mathbf{H}$  té una propietat molt curiosa que no tenen pas tots els subgrups. L'hem posat de manifest enquadrent els resultats de les operacions. En la taula del grup, el subgrup no es trenca mai. Galois l'anomenà un *subgrup normal*. L'ordre d'aquest subgrup és 3. El quocient amb l'ordre del grup és  $6 \div 3 = 2$ , que és un nombre primer. Aquesta cadena descendent de grups  $\mathbf{G} \supseteq \mathbf{H} \supseteq \mathbf{I}$  correspon a la cadena ascendent d'extensions del cos ja esmentada. Segons Évariste Galois, tot això —l'existència del subgrup, el fet que el subgrup sigui normal, i que els nombres 3, 2 siguin nombres primers— fa que  $X^3 - a = 0$  sigui resoluble per radicals.

- Considerem ara  $X^4 - 3 = 0$ . És un polinomi irreductible sobre  $\mathbb{Q}$  que, en el cos  $\mathbb{C}$ , admet quatre arrels diferents:  $i, i\alpha, -\alpha, -i\alpha$ , amb  $\alpha = \sqrt[4]{3}, i = \sqrt{-1}$ . Com abans n'hi ha ben bé prou a considerar l'extensió  $\mathbb{Q}(i, \alpha)$ . De fet, només cal considerar els 8 elements independents:  $1, \alpha, \alpha^2, \alpha^3, i, i\alpha, i\alpha^2, i\alpha^3$ . Aquests elements els podem aplicar els uns en els altres, sempre que respectem el fet que siguin *elements conjugats*: arrels d'una mateixa equació irreductible sobre  $\mathbb{Q}$ . Això fa que  $i$  només el puguem aplicar en  $i$  i en  $-i$ , i  $\alpha$  en  $\alpha, -\alpha, i\alpha, -i\alpha$ . Si combinem tot això, obtenim una taula de transformacions  $\tau$  que, aplicades, respectivament a  $i$  a  $\alpha$ , donen la taula:

$\tau :$	Id	$S$	$S^2$	$S^3$	$T$	$ST$	$S^2T$	$S^3T$
$\tau(i)$	$i$	$i$	$i$	$i$	$-i$	$-i$	$-i$	$-i$
$\tau(\alpha)$	$\alpha$	$i\alpha$	$-\alpha$	$-i\alpha$	$\alpha$	$i\alpha$	$-\alpha$	$-i\alpha$

Aquestes transformacions respecten els polinomis  $i^2 = -1, \alpha^4 = 3$ . La taula del grup

$$\mathbf{G} = \{\text{Id}, S, S^2, S^3, T, ST, S^2T, S^3T\}$$

mostra que  $\mathbf{G}$  conté un subgrup  $\mathbf{H} = \{\text{Id}, S, S^2, S^3\}$  amb la propietat anterior; és a dir, un subgrup normal. Aquest conté el subgrup  $\mathbf{K} = \{\text{Id}, S^2\}$  que, finalment, conté el grup trivial  $\mathbf{I} = \{\text{Id}\}$ .

Tenim, doncs, una cadena descendent de grups

$$\mathbf{G} \supseteq \mathbf{H} \supseteq \mathbf{K} \supseteq \mathbf{I}.$$

Els quocients dels ordres de dos grups consecutius és sempre un nombre primer, i l'ordre del subgrup  $\mathbf{K}$  també. A aquesta cadena li correspon una cadena ascendent d'extensions de cossos:

$$\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{Q}(i) \subseteq \mathbb{Q}(i, \alpha^2) \subseteq \mathbb{Q}(i, \alpha).$$

	Id	$S^2$	$S$	$S^3$	$T$	$S^2 T$	$ST$	$S^3 T$
Id	Id	$S^2$	$S$	$S^3$	$T$	$S^2 T$	$ST$	$S^3 T$
$S^2$	$S^2$	Id	$S^3$	$S$	$S^2 T$	$T$	$S^3 T$	$ST$
$S$	$S$	$S^3$	$S^2$	Id	$ST$	$S^3 T$	$S^2 T$	$T$
$S^3$	$S^3$	$S$	Id	$S^2$	$S^3 T$	$ST$	$T$	$S^2 T$
$T$	$T$	$S^2 T$	$S^3 T$	$ST$	Id	$S^2$	$S^3$	$S$
$S^2 T$	$S^2 T$	$T$	$ST$	$S^3 T$	$S^2$	Id	$S$	$S^3$
$ST$	$ST$	$S^3 T$	$T$	$S^2 T$	$S$	$S^3$	Id	$S^2$
$S^3 T$	$S^3 T$	$ST$	$S^2 T$	$T$	$S^3$	$S$	$S^2$	Id

### Taula del grup $G$

La cadena ascendent de cossos ens proporciona les equacions resolubles per radicals. Són les equacions  $X^2 = -1, Y^2 = 3, Z^2 = \sqrt{3}$ .

**§ 15. Els subgrups normals.** Atenció! Nosaltres ja sabíem que les equacions anteriors eren resolubles per radicals. Però Galois s'adona del fet següent:

En tots els casos, trobem una cadena de grups de transformacions que

- 1) Cada subgrup és un subgrup normal de l'anterior.
- 2) El quocient de l'ordre de cada grup pel del subgrup següent és un nombre primer.
- 3) L'ordre de l'últim subgrup de la cadena també és un nombre primer.

Els grups que satisfan les tres condicions anteriors són els *grups resolubles*.

La pregunta que podem fer-nos ara és la següent:

*Tots els subgrups  $H$  d'un grup  $G$  tenen la propietat de regularitat que hem vist en els exemples anteriors?*

De fet, la pregunta és àmplia.

*Hi ha subgrups que no siguin normals?*

Aleshores fallaria 1) encara que es mantinguessin 2) i 3).

*Hi ha subgrups normals en els quals falli 2)?*

Etcètera.

Veurem que la resposta a la primera pregunta és negativa, introduint l'exemple d'un grup que conté un subgrup que, malgrat satisfer 2) i 3), no és pas un subgrup normal. És a dir, falla 1).

Hi ha grups que tenen subgrups que trenquen l'estructura homogènia dels exemples anteriors. La taula del grup  $\mathbf{G} = \{\mathcal{I}, \mathcal{V}, A, W, B, U\}$  que donem a continuació conté un subgrup  $\mathbf{H} = \{\mathcal{I}, \mathcal{V}\}$  que, com podem veure a les dues darreres files, es trenca. Això és inevitable atès que  $\mathbf{H}$  **no** és un subgrup normal de  $\mathbf{G}$ .

	$\mathcal{I}$	$\mathcal{V}$	A	W	B	U
$\mathcal{I}$	$\mathcal{I}$	$\mathcal{V}$	A	W	B	U
$\mathcal{V}$	$\mathcal{V}$	$\mathcal{I}$	W	A	U	B
A	A	U	B	$\mathcal{V}$	$\mathcal{I}$	W
W	W	B	U	$\mathcal{I}$	$\mathcal{V}$	A
B	B	W	$\mathcal{I}$	U	A	$\mathcal{V}$
U	U	A	$\mathcal{V}$	B	A	$\mathcal{I}$

En aquest cas tenim, però, que es compleixen les altres condicions. Tenim una cadena  $\{\mathcal{I}\} \subseteq \mathbf{H} \subseteq \mathbf{G}$ . L'ordre del grup  $\mathbf{G}$  és 6. L'ordre del subgrup  $\mathbf{H}$  és 2. Per tant, el quocient  $6 \div 2 = 3$  és un nombre primer. És a dir, tenim un subgrup  $\mathbf{H}$  d'ordre primer del grup  $\mathbf{G}$ . El quocient també és primer, però el subgrup  $\mathbf{H}$  no és normal. Per tant, no serveix en la metodologia galoisiana.

**§ 16. Per què les equacions de segon, tercer i quart grau són resolubles per radicals?** En paràgrafs anteriors hem vist que les equacions de segon, tercer i quart grau són resolubles per radicals. Ho hem fet donant una expressió per radicals que permetia resoldre-les. Évariste Galois, però, inverteix els resultats del §14 i estableix directament que

Un polinomi  $P(X) \in \mathbb{Q}[X]$  és resoluble per radicals si, i només si, el seu grup de Galois és resoluble.

Aquest resultat val, en particular, per a tota equació del tipus  $X^p - a = 0$ , sempre que partim del *cos de descomposició* de  $X^p - a = 0$ , que és el cos que conté totes les seves arrels complexes.

La pregunta que cal fer-se ara és, potser, la més difícil de totes:

*Per què les equacions generals de segon, tercer, i quart grau són resolubles per radicals?*

Tot rau a aconseguir una resolució que faci ús d'una certa col·lecció d'equacions auxiliars del tipus  $X^{m_i} - a_i = 0$ , on cada  $a_i$  sigui un element de l'extensió anterior.

Dit d'una altra manera, cal preguntar-se:

*En les equacions dels tipus  $X + a = 0$ ,  $X^2 + aX + b = 0$ ,  $X^3 + aX^2 + bX + c = 0$ ,  $X^4 + aX^3 + bX^2 + cX + d = 0$ , on els coeficients  $a, b, c, d \in \mathbb{Q}$ , podem trobar sempre una cadena d'extensions de cossos que tingui associada una cadena de grups de trans-*

*formacions de les arrels conjugades, amb les propietats anteriors?*

En tots tres casos, la resposta és afirmativa. Donem-ne una prova raonable:

- **L'equació general de primer grau:** Sigui  $X + a = 0$ , amb  $a \in \mathbb{Q}$ . En aquest cas, el grup de transformacions que deixa invariant  $\mathbb{Q}$  —és a dir, el grup de les funcions simètriques— és  $\mathfrak{S}_1 = \{\text{Id}\}$ . No hi ha, doncs, res més a dir.
- **L'equació quadràtica general:** Sigui  $X^2 + aX + b = 0$ ,  $a, b \in \mathbb{Q}$ . En aquest cas, el grup simètric és  $\mathfrak{S}_2$  conté el subgrup alternat  $\mathfrak{A}_2$ , que és un subgrup normal de  $\mathfrak{S}_2$ . Així doncs,

$$\mathfrak{S}_2 \triangleright \mathfrak{A}_2 = \{\text{Id}\}.$$

A més, l'ordre del grup  $\mathfrak{S}_2$  és dos, que és un nombre primer. Pel teorema de Galois, l'equació és resoluble per radicals.

- **L'equació cúbica general:** Sigui  $X^3 + aX^2 + bX + c = 0$ ,  $a, b, c \in \mathbb{Q}$ . En aquest cas, el grup simètric és  $\mathfrak{S}_3$  conté el subgrup alternat  $\mathfrak{A}_3$ , que és un subgrup normal de  $\mathfrak{S}_3$ . Així doncs,

$$\mathfrak{S}_3 \triangleright \mathfrak{A}_3 \triangleright \mathbf{I} = \{\text{Id}\}.$$

A més, l'ordre del grup  $\mathfrak{S}_3$  és sis, l'ordre del subgrup  $\mathfrak{A}_3$  és tres, i el quocient, que és dos, és un nombre primer. Pel teorema de Galois, la cúbica és resoluble per radicals.

- **L'equació quàrtica general:** Sigui  $X^4 + aX^3 + bX^2 + cX + d = 0, a, b, c, d \in \mathbb{Q}$ . En aquest cas, el grup simètric és  $\mathfrak{S}_4$  conté el subgrup alternat  $\mathfrak{A}_4$ , que és un subgrup normal de  $\mathfrak{S}_4$ . Però ara  $\mathfrak{A}_4$  admet un subgrup normal  $\mathbf{G}$ , que a la vegada n'admet un altre que anomenarem  $\mathbf{H}$ . Així doncs,

$$\mathfrak{S}_4 \triangleright \mathfrak{A}_4 \triangleright \mathbf{G} \triangleright \mathbf{H} \triangleright \mathbf{I} = \{\text{Id}\}.$$

A més, l'ordre del grup  $\mathfrak{S}_4$  és 24, l'ordre del subgrup  $\mathfrak{A}_4$  és 12, l'ordre de  $\mathbf{G}$  és 4, i l'ordre de  $\mathbf{H}$  és 2. Per tant,  $24 \div 12, 12 \div 4$  i 2 són nombres primers. Pel teorema de Galois, la quàrtica és resoluble per radicals.

És lícit que ens fem encara una pregunta més, força important i realment novedosa:

*En aquests casos almenys, les cadenes dels grups obtinguts permeten de caracteritzar les cadenes dels cossos corresponents i, en un vessant més pràctic, la cadena de resolució per radicals de les equacions?*

En el cas lineal no hi ha res a dir. Analitzem, doncs, els altres tres casos, començant pel cas quadràtic:

- Tenim la cadena de grups  $\mathfrak{S}_2 = \{\text{Id}, \tau\} \triangleright \mathfrak{A}_2 = \{\text{Id}\}$ , on  $\tau = (1, 2)$ . Al grup  $\mathfrak{S}_2$  li correspon el cos  $\mathbb{Q}$ . Òbviament a  $\mathfrak{A}_2$  li correspon  $\mathbb{Q}(x_1, x_2) = \mathbb{Q}(x_1) = \mathbb{Q}(x_2)$ . Ara bé, com ja hem indicat al § 6,  $\mathfrak{S}_2$  deixa fix  $\Delta = (x_1 - x_2)^2 = \delta^2 \in \mathbb{Q}$  perquè és una funció simètrica, però no deixa pas fix  $\delta$ . En canvi,  $\mathfrak{A}_2$ , sí. Per tant,

$$\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{Q}(\delta) = \mathbb{Q}(x_1 - x_2) = \mathbf{K}.$$

L'equació corresponent és  $Y^2 = \delta$ . Però  $x_1 + x_2 = \sigma_1 \in \mathbb{Q} \subseteq \mathbf{K}$ . Per tant,  $x_1, x_2 \in \mathbf{K}$ . A més,



$$\begin{aligned}x_1 - x_2 &= +\sqrt{\Delta} = +\sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} = \sqrt{a^2 - 4b}, \\x_1 + x_2 &= \sigma_1 = -a.\end{aligned}$$

D'aquí, amb un simple càlcul, obtenim  $x_i = \frac{-a \pm \sqrt{\Delta}}{2}$ ,  $i = 1, 2$ .

- Què passa amb la cúbica general  $X^3 + aX^2 + bX + c = 0$ ,  $a, b, c \in \mathbb{Q}$ ? D'entrada la transformem en  $X^3 + pX + q = 0$ . Òbviament  $p, q \in \mathbb{Q}$ . En aquest cas, l'escala dels grups, és:

$$\begin{aligned}\mathfrak{S}_3 &= \{\text{Id}, (1, 2), (1, 3), (2, 3), (1, 2, 3), (1, 3, 2)\} \triangleright \\ &\triangleright \mathfrak{A}_3 = \{\text{Id}, (1, 2, 3), (1, 3, 2)\} \triangleright \mathbf{I}.\end{aligned}$$

Els ordres respectius són 6, 3, 1, i els índexos —els quocients de l'ordre del grup pel del subgrup— són  $6 \div 3 = 2$ ,  $3 \div 1 = 3 = \text{ordre}(\mathfrak{A}_3)$ .

Ara hem de trobar els tres cossos:

$$\mathbf{K}_0 = \mathbb{Q} \subseteq \mathbf{K}_1 \subseteq \mathbf{K}_2.$$

Per simplificar suposarem que  $\mathbf{K}_0 = \mathbb{Q}(\omega)$ , on  $\omega = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ , que és resoluble per radicals:  $Y^3 - 1 = 0$ . A més, si  $\omega$  pertany a un cos  $\mathbf{K}_0$ , aleshores  $\bar{\omega} = \omega^2 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$  també. Per tant,  $\mathbf{K}_0 = \mathbb{Q}(\omega) = \mathbb{Q}(\sqrt{-3})$ .

El grup  $\mathfrak{S}_3$  deixa fix  $\mathbf{K}_0$  i també  $\Delta$ . A més,  $\Delta = \delta^2 \in \mathbb{Q}$ , perquè  $\Delta = (x_1 - x_2)^2 (x_2 - x_3)^2 (x_3 - x_1)^2 = -(27q^2 + 4p^3)$ . Això fa, com ja hem indicat al paràgraf § 6, que  $\mathfrak{A}_3$  deixi fix  $\mathbf{K}_1 = \mathbf{K}_0(\delta)$ . I sabem que els cubs de

$$\alpha = x_1 + \omega x_2 + \bar{\omega} x_3 \text{ i } \beta = x_1 + \bar{\omega} x_2 + \omega x_3$$

valen

$$\alpha^3 = A = \frac{-27q + \delta\sqrt{-3}}{2}, \beta^3 = B = \frac{-27q - \delta\sqrt{-3}}{2}.$$

Ambdós pertanyen a  $\mathbf{K}_1$ . Per tant,  $\mathbf{K}_2 = \mathbf{K}_1(\alpha, \beta) = \mathbf{K}_1(\alpha)$ , atès que

$$\alpha\beta = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + (\omega + \bar{\omega})(x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1) = -3p.$$

A més, tenim que

$$\begin{aligned} 1 + \omega + \bar{\omega} &= 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 0, \\ x_1 + \omega x_2 + \bar{\omega} x_3 &= \alpha = \sqrt[3]{A}, \\ x_1 + \bar{\omega} x_2 + \omega x_3 &= \beta = \sqrt[3]{B} = -\frac{3p}{\alpha}. \end{aligned}$$

De totes elles s'obtenen fàcilment els valors de  $x_1, x_2, x_3$ , per radicals:

$$x_i = \omega^{3-i} \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \bar{\omega}^{3-i} \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}},$$

amb  $i = 1, 2, 3$ .

- L'anàlisi de la quàrtica general. Observem que el seu grau no és pas un nombre primer. No obstant, com abans, transformem  $X^4 + aX^3 + bX^2 + cX + d = 0$  en la quàrtica reduïda  $X^4 + pX^2 + qX + r = 0$ .

En aquest cas tenim la següent cadena de grups:

$$\mathfrak{S}_4 \triangleright \mathfrak{A}_4 \triangleright \mathbf{G} \triangleright \mathbf{H}_1 \triangleright \mathbf{I},$$

on, com sempre,  $\mathfrak{S}_4, \mathfrak{A}_4$  són el grup simètric i el grup alternat,  $\mathbf{G} = \{\text{Id}, (1, 2)(3, 4), (1, 3)(2, 4), (1, 4)(2, 3)\}$  i  $\mathbf{H}_1 = \{\text{Id}, (1, 2)(3, 4)\}$ .

Els índexos són, respectivament, 2, 3, 2, 2. Per tant, com que cada grup és un subgrup normal de l'anterior, la quàrtica general és resoluble per radicals.

Ara ja només cal identificar els cossos associats a aquests grups de transformacions. Són:

$$\mathbb{Q} \subseteq \mathbf{K}_0 = \mathbb{Q}(\omega) \subseteq \mathbf{K}_1 \subseteq \mathbf{K}_2 \subseteq \mathbf{K}_3^1.$$

El  $\mathfrak{S}_4$  manté fix  $\mathbf{K}_0$ ,  $\mathfrak{A}_4$  manté fix  $\mathbf{K}_1 = \mathbf{K}_0(\delta)$  on, com sempre,

$$\delta = (x_1 - x_2)(x_1 - x_3)(x_1 - x_4)(x_2 - x_3)(x_2 - x_4)(x_3 - x_4).$$

És clar que  $\theta_1 = x_1 x_2 + x_3 x_4$  sotmès al grup alternat produeix:

$$\theta_1 = x_1 x_2 + x_3 x_4, \theta_2 = x_1 x_3 + x_2 x_4, \theta_3 = x_1 x_4 + x_2 x_3.$$

En canvi, són fixos per  $\mathbf{G}$ . Això fa que el cos  $\mathbf{K}_2 = \mathbf{K}_1(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ .

Considerem, doncs, el polinomi

$$(Y - \theta_1)(Y - \theta_2)(Y - \theta_3) = Y^3 - P Y^2 + Q Y - R = 0,$$

on

$$\begin{aligned} P &= \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = \sigma_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = p, \\ Q &= \theta_1 \theta_2 + \theta_1 \theta_3 + \theta_2 \theta_3 = -4r, \\ R &= \theta_1 \theta_2 \theta_3 = -4pr + q^2. \end{aligned}$$

A més,  $\Delta(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = (\theta_1 - \theta_2)^2(\theta_2 - \theta_3)^2(\theta_1 - \theta_3)^2 = \Delta(x_1, x_2, x_3, x_4)$ .

Ara necessitem una expressió que no sigui alterada per  $\mathbf{H}_1$ , però sí per  $\mathbf{G}$ . Fem  $\xi_1 = x_1 + x_2 - x_3 - x_4$ . Si li apliquem  $\mathbf{G}$ , obtenim:

$$\begin{aligned} \xi_{11} &= x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = \xi_1, \\ \xi_{12} &= x_3 + x_4 - x_1 - x_2 = -\xi_1, \\ \xi_{13} &= x_4 + x_3 - x_2 - x_1 = -\xi_1. \end{aligned}$$

Això fa que  $\xi_1^2 \in \mathbf{K}_2$ , però  $\xi_1$  és invariant per  $\mathbf{H}_1$ . Per tant,

$$\mathbf{K}_3 = \mathbb{Q}(\delta)(\theta_1, \theta_2, \theta_3)(\xi_1).$$

És clar que  $\xi_1 = 2(x_1 + x_2)$ . Per tant, fent càlculs i recordant que  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$ , resulta que

$$\begin{aligned}\xi_1^2 &= 4(x_1 + x_2)^2 = 2(x_1 + x_2)^2 + 2(x_3 + x_4)^2 = \\ &= -4p + 4\theta_1.\end{aligned}$$

Observem que, en lloc de  $\mathbf{H}_1$ , podríem haver considerat els grups anàlegs  $\mathbf{H}_2 = \{\text{Id}, (1, 3)(2, 4)\}$  o  $\mathbf{H}_3 = \{\text{Id}, (1, 4)(2, 3)\}$ . Aleshores, en lloc de  $\xi_1$ , hauríem hagut de considerar, respectivament,  $\xi_2 = x_1 - x_2 + x_3 - x_4$  i  $\xi_3 = x_1 - x_2 - x_3 + x_4$ . En aquests casos, el cos  $\mathbf{K}_3$  hauria estat, respectivament,  $\mathbf{K}'_3 = \mathbf{K}_2(\xi_2)$ ,  $\mathbf{K}''_3 = \mathbf{K}_2(\xi_3)$ . Finalment,  $\mathbf{K}_4 = \mathbf{K}_2(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ . Aleshores òbviament

$$\xi_2^2 = 4(x_1 + x_3)^2 = -4p + 4\theta_2,$$

i

$$\xi_3^2 = 4(x_1 + x_3)^2 = -4p + 4\theta_3.$$

A més,  $\xi_1 \xi_2 \xi_3 = -8q$ .

De tot això en resulta, finalment, que

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{1}{4}(+\xi_1 + \xi_2 + \xi_3), & x_2 &= \frac{1}{4}(+\xi_1 - \xi_2 - \xi_3), \\ x_3 &= \frac{1}{4}(-\xi_1 + \xi_2 - \xi_3), & x_4 &= \frac{1}{4}(-\xi_1 - \xi_2 + \xi_3),\end{aligned}$$

que acaba l'anàlisi. Potser cal indicar, per acabar, que en aquest cas no hem necessitat per a res adjuntar  $\delta$ .

Indiquem, tot de passada, que, en lloc d'usar  $\theta = x_1 x_2 + x_3 x_4$ , és força corrent utilitzar  $\theta^* = (x_1 + x_2)(x_3 + x_4)$ . De fet no canvia res d'essencial.

Un darrer detall curiós és que, si bé cada un dels grups  $\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2, \mathbf{H}_3$  és un subgrup normal del grup  $\mathbf{G}$ , cap d'ells

no és un subgrup normal de  $\mathfrak{A}_4$ . La propietat «ser un subgrup normal» no és una propietat transitiva.

**§ 17. Què passa, doncs, amb les quintiques?** Abans hem parlat dels grups  $\mathfrak{S}_n$  i del subgrup  $\mathfrak{A}_n$ . És fàcil provar que  $\mathfrak{A}_n$  és un subgrup normal de  $\mathfrak{S}_n$ . Ara bé, quan  $n \geq 5$ ,  $\mathfrak{A}_n$  és un *grup simple* —és a dir, no té cap subgrup normal. Fixem-nos en el cas  $n = 5$ . L'ordre de  $\mathfrak{S}_5$  és  $5! = 120$ , i l'ordre de  $\mathfrak{A}_5$  és igual a 60, que no és un nombre primer. Es compleixen les dues primeres condicions dels grups resolubles, però falla la tercera.

Bé doncs, Galois aconseguí provar que, en el cas d'una quintica general, i d'algunes quintiques particulars, el grup de transformacions de les arrels que conserven els lligams estructurals és precisament  $\mathfrak{S}_5$ . En el *cas general* —entenem per cas general aquell en el qual els coeficients  $p, q, r, s, u \in \mathbb{Q}$  són absolutament indeterminats—, això és força clar. Ara bé, les quintiques

$$(X^2 + 250)(X - 2)(X - 4)(X - 6) - 2,2X^5 - 10X + 5,$$

tenen també la propietat que el grup de Galois associat és  $\mathfrak{S}_5$ . Per tant, no són resolubles per radicals.

En definitiva, doncs, Galois establí que

Un polinomi  $P(X) \in \mathbb{Q}[X]$  és resoluble per radicals si, i només si, el seu grup de Galois és resoluble.

L'any 1856, Leopold Kronecker [1823–1891] simplificaria el resultat d'Abel, quan el grau del polinomi és un nombre primer.

En un polinomi  $P(X) \in \mathbb{Q}[X]$  irreductible, de grau primer, i resoluble, o totes les arrels són reals o només en té una de real.

Aquest resultat permet trobar famílies senceres de quíntiques no resolubles per radicals, com ara la família:  $X^5 - aX - b = 0$ ,  $a, b \in \mathbb{Q}$ , amb  $p$  primer,  $b$  divisible per  $p^2$  i  $4^4 a^5 > 5^5 b^4$ .

Després de molts segles els matemàtics havien aconseguit, gràcies a la genialitat d'un grapat de joves gegants, Carl Friedrich Gauss, Pierre-Laurent Wantzel, Niels Henrik Abel, i Évariste Galois, resoldre problemes iniciats alguns segles abans.

Amb aquesta anàlisi una mica pesada, he volgut posar de manifest les intuïcions que s'amaguen dessota l'aportació matemàtica de Galois relativa a la resolució d'equacions polinòmiques. Tota la resta —els detalls, les comprovacions, les demostracions— és tècnica. S'aprèn amb l'ofici. Un escriptor aprèn a escriure tot escrivint. Cal ensenyar-li recursos, trucs, ginys, mètodes, estils, tècniques. Però ho aprèn tot fent-ho. Només la teoria no li serveix de res. A més, només ell pot aportar les intuïcions. Qui pot afirmar que les intuïcions contingudes en una obra de William Shakespeare, en un quadre de El Greco, en una cantata de Johann Sebastian Bach són senzilles? Que allò que els ha fet grans és la tècnica i res més? Jo no m'arriscaria pas a firmar-ho. Sense tècnica no ho haurien pas fet, però només amb tècnica, tampoc.

El mateix, exactament el mateix, passa en la matemàtica. És per això que us demano a tots els qui teniu la tasca d'ensenyar que us pregunteu, com jo m'he preguntat durant tots els meus anys de docent: com podem ensenyar a intuir? Només he trobat una resposta: «Cal ensenyar-los a enfilarse damunt les espatlles dels gegants», perquè només ells hi veuen més lluny, més clarament, molt més enllà del que hi ha davant mateix dels ulls.

Quantes vegades no m'haureu sentit a dir que, amb l'experiència que he anat adquirint amb el pas dels anys, he pogut constatar que la diferència més clara que hi ha entre les humanitats i les ciències és la lectura, l'estudi, l'aprofundiment, i l'anàlisi dels *gegants*, dels *clàssics*. En l'estudi de la ciència hi ha una *mediatesa* que difícilment podem obviar. Sembla que allò que va trobar un gegant del passat estigui colgat en el pasat, ben mort, i que voler-ho reviure és una pèrdua total de temps i d'energies. Cal estar al dia. En canvi, en el món de les humanitats, allò que cal estudiar, aprofundir, amb què cal familiaritzar-se, són els clàssics, els gegants. Només el coneixement profund de la seva obra ens permet arribar a saber quelcom del que estudiem. Només coneguent-los amb profunditat els podrem superar, amb aportacions noves. Allò que és massa actual, massa nou, encara no consolidat, desperta un cert recel.

Sóc conscient que simplifico, però hi ha molt d'això. Ensenyar, tant si són ciències com si són humanitats, equival a trobar l'equilibri entre els gegants del passat i les descobertes més recents, a voltes també més fugisseres, menys permanents.

Creieu-me quan us dic que si no ensenyem als estudiants, que esperen de nosaltres que els donem la riquesa de l'experiència, de la perspectiva, de la visió global, a veure-hi més lluny, a copsar les intuïcions, no els haurem ensenyat res que valgui gaire la pena. Si no els alcem, havent-nos alçat primer nosaltres mateixos, damunt les espatlles dels gegants, no els podrem ensenyar a albirar l'horitzó.

Recordo que, en algun indret, he llegit: «L'horitzó sempre és a l'horitzó. Quan més ens hi apropem, més s'allunya.» Però no ens hi podrem apropar, encara que

després s'esmunyi, si no el tenim ben determinat, si no el veiem clar i nítid.

Tant de bo jo mateix hagués après d'estudiant a voler veure-hi més lluny, encara que m'hagués vist obligat a deixar de banda alguna altra activitat.

Em sembla que no tinc res més a dir-vos. Excuseu la meva poca habilitat per parlar davant d'un públic heterogeni i permeteu-me que, un cop més, us agraeixi la paciència amb què m'heu tractat tots aquests anys, i fins i tot ara mateix.

Gràcies! Moltíssimes gràcies!

VALERI E. GASSIOT  
Barcelona, octubre del 1999



# Índex

1	El final o, potser, el començament	1
2	A les acaballes de l'Imperi	19
3	Papiroflèxia	41
4	La Restauració	55
5	«Tarugos»	73
6	Fracassos...	87
7	...i més fracassos	113
8	El desensís	141
9	Magister	161
10	La política...	179
11	...i el duel	219

Coda	245
Addenda per als curiosos	247
Addenda per als estudiants	291